

УДК 624.072.014

МЕТОД ПОНОВЛЕННЯ ОБМЕЖЕНИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ У РОЗРАХУНКАХ МІЦНОСТІ СТАЛЕВИХ СТЕРЖНІВ ПРИ ПОВТОРНО-ЗМІННОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В.С.Шебанін, доктор технічних наук, професор,
член-кореспондент УААН

В.Г.Богза, кандидат технічних наук, доцент

О.В.Цепуріт, здобувач

Миколаївський державний аграрний університет

У статті розглянуто методику розрахунку прогинів стержневих елементів моно- та бісталевих конструкцій в області пластичних деформацій при дії різних комбінацій зовнішніх зусиль, зокрема, при дії повторно-змінного навантаження.

Ключові слова: пластичні деформації, міцність сталевих стержнів, бісталеві конструкції, прогин, переріз, апроксимуючі криві.

Деформаційну сутність граничного стану за міцністю було визнано основними положеннями проектування будівельних конструкцій [5]. Перегляду норм проектування сталевих конструкцій у зв'язку з переходом на новий критерій міцності передувала робота з удосконалення глави БНіП П-23-81 у частині розрахунків за критерієм обмежених пластичних деформацій.

У вказаних положеннях для розрахунку міцності стиснуто (розтягнуто)-зігнутих стержневих елементів конструкцій використовується недеформована схема, яка не враховує викривлення початкової вісі стержнів, що має місце у реальних умовах.

Подальше удосконалення розрахунку міцності за деформаційним критерієм у вигляді обмеження пластичних деформацій у випадку стиску (розтягування) зі згином приводить до необхідності урахування впливу прогину на величину поздовжнього зусилля, що змінює значення згинального моменту [1, 2].

Будівельні норми та Правила проектування сталевих конструкцій [3] дозволяють урахування пластичних деформацій тільки при дії статичних навантажень за деяких обмежень. Отже значна частина елементів конструкцій, які підлягають впливу повторно-змінних навантажень, продовжують розраховуватись у межах пружності, бісталеві конструкції нормами не розглядаються, хоча, згідно з БНіП-П-23-81, розрахункові опори залежать від марок сталі і товщини листа. Отже, актуальним є подальше теоретичне та експериментальне обґрунтування розрахунку міцності стиснуто-зігнутих та розтягнуто-зігнутих сталевих стержнів з урахуванням деформованої схеми за критерієм обмежених пластичних деформацій, а також розробка для використання у практиці проектування методики розрахунку стержневих елементів моно- і бісталевих конструкцій при дії повторно-змінних навантажень.

Для реалізації поставленої мети проводилось теоретичне дослідження напружено-деформованого стану перерізів сталевих та бісталевих стержнів при повторно-змінному навантаженні при складному опорі та пружно-пластичній роботі.

Для перевірки та удосконалення методики розрахунку міцності стержневих елементів металевих конструкцій при повторно-змінних навантаженнях у області обмежених пластичних деформацій з урахуванням деформованої схеми виконано експериментальні дослідження дійсної роботи стержнів за межею пружності з метою з'ясування можливості підвищення навантажень, які сприймаються і зниження витрати сталі при використанні методики, яка пропонується.

При вивченні та аналізі предмета дослідження проводилась класифікація можливих видів напружено-деформованого стану моно- та бісталевих перерізів, а також розв'язок прямої та оберненої задач. Обернена задача розв'язується за допомогою вибору відповідного випадку напружено-деформованого стану залежно від текучості або пружної роботи окремих елементів перерізів та використанням метода поновлення обмежених пластичних деформацій. Розв'язок прямої задачі потре-

бує організації ітераційного процесу з використанням метода поновлення обмежених пластичних деформацій на кожному кроці для знаходження напружено-деформованого стану перерізів стержнів з урахуванням залишкових напружень.

З урахуванням теореми про пружній характер розвантаження розглянуто характерні випадки залишкового напружено-деформованого стану перерізу при дії різних комбінацій зовнішніх зусиль та наступному розвантаженні.

Для дослідження міцності стержневих елементів використовувалась методика врахування фізичної та геометричної нелінійності та побудова матриць жорсткості моно-і бісталевих стержнів з використанням метода змінних параметрів, а також методи апроксимації при знаходженні аналітичних залежностей, які характеризують величину прогинів відповідно до точки прикладення зосередженої сили. Як відомо, для практичного розрахунку стержнів, які працюють з поздовжньою силою та згинальним моментом, потрібно виконання перевірки міцності та стійкості.

Перша умова перевірялась згідно з нерівністю

$$\frac{N}{A} \pm \frac{Mv}{C_N I} \leq R_y \gamma_c,$$

де C_N - коефіцієнт врахування обмеженого розвитку пластичних деформацій, γ_c - коефіцієнт умов роботи стержня,

$$v = \frac{M_{d\lim}}{M_{\max}},$$

де $M_{d\lim}$ - максимальне значення моменту, знайдене за деформованою схемою, M_{\max} - максимальне значення моменту, знайдене без урахування деформованої схеми.

Для виконання ітераційним методом розрахунку значень прогинів у стержні при дії заданої поздовжньої сили N та граничного згинального моменту M_{\lim} за вихідні дані взято:

- довжину стержня l та число $m=2n$ розбиття вісі стержня на відрізки;
- висоту стінки стержня h ;
- площини стінки A_2 , більшої (верхньої) полки A_1 і меншої (нижньої) полки A_3 ;
- розрахунковий опір матеріалу стінки і полок;
- схему навантаження з визначенням величини навантаження N і F ;
- величину обмеженої пластичної деформації $\varepsilon_{ip,lim}$.

Для побудови вихідної епюри згинальних моментів з пружно-пластичного розрахунку перерізу стержня при заданій поздовжній силі N визначається максимальний згинальний момент M_{lim} у найбільш навантаженому перерізі стержня, у якому величина пластичних деформацій набуває значення $\varepsilon_{ip,lim}$. На першому кроці епюра згинальних моментів за деформованою схемою M_d приймається рівною граничній епюрі моментів M , яку одержано за недеформованою схемою за умови, що $M_{max} = M_{lim}$ та виконуються наступні дії:

Визначаються перерізи, у яких величина згинального моменту перевищує значення найбільшого моменту M_S , що відповідає пружній роботі матеріалу за умовою

$$M_S < M_{di} < M_{lim},$$

де i - номер перерізу стержня.

У кожному з перерізів, які працюють у пружно-пластичній області, будується відповідна епюра нормальних напружень.

За одержаними епюрами нормальних напружень у кожному з перерізів знаходяться повні кривини

$$\chi_i = (\varepsilon_{Bi} - \varepsilon_{Hi}),$$

де ε_{Bi} і ε_{Hi} - крайові відносні здовження відповідно у верхній та у нижній частинах перерізу, які беруться зі своїми знаками. При роботі матеріалу стержня у межах пружності, тобто при $M_{di} \leq M_S$, повна кривизна у перерізі

$$\chi_i = M_{di} / (EI).$$

За формулою Мора обчислюються величини прогинів

$$y_i = \int_0^l \overline{M}_i \chi dl, \quad i = 1, 2, \dots, m-1,$$

де \overline{M}_i - згинаючий момент від одиничного навантаження, яке прикладене у i -му перерізі стержня у напрямку прогину, причому ці інтеграли можуть бути обчисленими за відомими наближеними методами, наприклад за формулою Симпсона, яка з урахуванням того, що $\overline{M}_{i,0} = \overline{M}_{i,m} = 0$, надає наступні вирази для обчислення повних прогинів

$$y_i = \frac{2\Delta l}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \overline{M}_{i,2k} \chi_{2k} + 2 \sum_{k=1}^n \overline{M}_{i,2k-1} \chi_{2k-1} \right),$$

де $\Delta l = l/m$ ($m = 2n$), $i = 1, 2, \dots, m-1$, $y_0 = y_m = 0$.

Вносяться зміни у вид попередньої епюри згинальних моментів $M_{d(k)}$, де k - номер ітерації з використанням метода послідовних наближень з поновленням пластичних граничних деформацій, який полягає у тому, що на кожному кроці ітераційного процесу згинальний момент у найбільш навантаженому перерізі стержня $M_{d(k)}$ дорівнює граничному моменту $M_{\text{лім}}$.

Відновлення величини граничної деформації здійснюється за рахунок зміни граничного навантаження за деформованою схемою. Максимальний згинальний момент від зосередженої сили M_P^{\max} у найбільш навантаженому перерізі знаходиться як

$$M_P^{\max} = M_d^{\max} - N y_{\max},$$

де y_{\max} - прогин у найбільш навантаженому перерізі.

Ітераційний процес закінчується за умови досягнення заданої точності δ , тобто за умови виконання нерівності

$$\left| \left(y_{(k)}^{\max} - y_{(k-1)}^{\max} \right) / y_{(k)}^{\max} \right| < \delta.$$

За методом Мора обчислюються прогини y за припущенням необмежено пружної роботи. Епюра залишкових прогинів визначається за формулою

$$y_{\text{зали}} = y_i - y_{di}.$$

Після завершення ітераційного процесу обчислюються коефіцієнти ν як відношення найбільшого згинального моменту M_d^{\max} , який визначено з урахуванням деформованої схеми до відповідного найбільшого моменту M^{\max} , знайденого за недеформованою схемою.

Оскільки $M_d^{\max} = M_{\text{lim}}$ та $M^{\max} = M_d^{\max} + N y_{\text{max}}$, то звідси випливає, що корегувальні коефіцієнти $\nu > 1$ при стискуванні (у цьому випадку $M_{\text{max}} < M_d^{\max}$) і $\nu < 1$ при розтягуванні ($M_{\text{max}} > M_d^{\max}$).

При роботі стержнів за межею пружності вони є більш податливими під впливом відповідних зусиль, що аналогічно послабленню перерізів. Величина послаблення при впливі згинальних моментів враховується коефіцієнтом α_k у k -му перерізі, який чисельно дорівнює відношенню діючих згинальних моментів на кривинах, які утворюються у перерізах при розрахунку в умовах необмеженої пружності до відповідної роботи на кривинах, які утворюються від тих самих зусиль при пружно-пластичній роботі. Оскільки робота згинального моменту дорівнює його добутку на приріст кривини вісі стержня, то коефіцієнт зміни жорсткості перерізу α_k дорівнює відношенню кривизни вісі за припущенням необмежено пружної роботи матеріалу до кривизни від того самого моменту при умові розвитку пружно-пластичних деформацій.

$$\alpha_k = \left| \varepsilon_{Bd} - \varepsilon_{Hd} \right| / \left| \varepsilon_{Bp} - \varepsilon_{Hp} \right|,$$

де ε_{Bd} , ε_{Hd} - повні деформації у нижній і верхній частині перерізу при необмежено пружній роботі зі своїми знаками;

$\varepsilon_{Bp}, \varepsilon_{Hp}$ - те ж саме при розвитку пружно-пластичних деформацій.

Обчислюються прирости внутрішньої енергії ΔW і прирости зовнішньої енергії ΔW_p .

У випадку, коли приріст енергії ΔW внутрішніх зусиль більше приросту енергії ΔW_p , стержень працює стійко. Якщо $\Delta W < \Delta W_p$, то стержень працює нестійко в області розрахунку на стійкість.

За наведеним алгоритмом було виконано розрахунки для випадків прикладення зосередженої сили з переміщенням вздовж стержня та поздовжньої сили

$$N = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \dots; \pm 0,9N_{\text{lim}},$$

$$N_{\text{lim}} = (A_1 + A_2 + A_3)R_W,$$

та одержано значення прогинів y і u у кожній точці розбиття стержня за умовою досягнення у найбільш навантаженому перерізі граничної пластичної деформації $\varepsilon_{ip,\text{lim}}$. При обробці одержаного чисельного матеріалу з метою знаходження аналітичного виразу, який відображає вид кривої прогинів, було проведено апроксимацію для моносталевих стержнів довжиною $l = 9\text{м}, 12\text{м}, 15\text{м}, 18\text{м}, 21\text{м}$.

При використанні різних форм кривих, рівняння яких було одержано із застосуванням метода найменших квадратів та інших чисельних методів, було виявлено, що найбільш точну математичну модель стержня надає крива, яка має аналітичне відображення у вигляді

$$y = \begin{cases} y_{\text{max}} \sin \frac{\pi x}{2x_m}, & \text{при } x \leq x_m \\ y_{\text{max}} \sin \frac{\pi(l-x)}{2(l-x_m)}, & \text{при } x \geq x_m, \end{cases}$$

де y_{max} - максимальне значення прогину у стержні,

x_m - відстань від лівого кінця стержня до точки, у якій досягнуто найбільший прогин. Встановлено, що значення $k_m = x_m/l$ не залежить від довжини стержня та набуває значення відповідно точці $k_p = x_p/l$ прикладення зосередженої сили. Для визначення відповідної аналітичної залежності $k_m = f(k_p)$ проводилось умовне розбиття стержня з кроком, рівним 0,05 довжини стержня, та розрахунок прогинів у перерізах, викликаних прикладенням зосередженої сили у цих точках у сполученні з поздовжньою силою $N = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \dots; \pm 0,9 N_{\text{lim}}$. Одержані чисельні значення з'явилися вихідним матеріалом для знаходження рівняння вказаної функціональної залежності.

Для визначення величини максимального прогину, наданої у рівнянні, застосовувались відомі залежності для визначення максимальних прогинів при пружній роботі елементів конструкцій.

При цьому використовувався корегуючий коефіцієнт, для визначення якого було проведено аналіз характеру зміни величини відношення

$$\mu_i = \frac{y_{pi}}{y_{di}},$$

де y_{pi} - прогин у i -му перерізі, який обчислено за умови пружно-пластичної роботи матеріалу при прикладенні зовнішніх зусиль за вказаною схемою, y_{di} - прогин у i -му перерізі, який обчислено за умовою необмежено пружної роботи матеріалу. Відносна погрішність між значеннями прогинів, які було обчислено за ітераційним алгоритмом та одержано за апроксимуючою кривою, не перевищило 1% у бік запасу міцності у середній частині стержня на відносній відстані $k=0,33-0,66l$ від лівого кінця стержня та досягло 4% при кінцях стержня за рахунок малих значень прогинів у цих точках. На високу точність апроксимації вказує також коефіцієнт детермінації

$$R^2 = \sum (y_{iT} - \bar{y})^2 / \sum (y_i - \bar{y})^2 = 0,9954,$$

де y_{iT} - значення прогинів за теоретичною кривою, y_i - значення, що було обчислено за ітераційним алгоритмом, \bar{y} - середнє значення прогинів.

Отже, одержана апроксимуюча лінія з достатнім ступенем точності є математичною моделлю зігнутої осі стержня.

Практичними розрахунками за вказаною методикою при прикладенні зосередженої сили у точках від 0,05 до 0,5 довжини стержня ($l=9\text{м}$), яка викликає граничну пластичну деформацію у найбільш навантаженому перерізі, одержано значення максимальних прогинів у моностаєвому стержні. Переріз мав такі геометричні розміри: $A_1=100\text{ см}^2$, $A_2=100\text{ см}^2$, $A_3=100\text{ см}^2$. Розрахунковий опір матеріалу прийнято рівним $R_w = 235\text{МПа}$. Гранична пластична деформація $\varepsilon_{ip,\text{lim}}=0,002$.

При знаходженні значень прогинів по довжині стержня за ітераційним алгоритмом та за апроксимуючою кривою відносна погрішність складала у відсотках від 0% у точці, де досягається максимальний прогин, до 3,16% при кінцях стержня. Причому у області від 0,3 до 0,7 відносної відстані від лівого кінця стержня не перевищило 1%, в області від 0,34 до 0,66 не перевищило 0,5%, що свідчить про правильність вибраного функціонального виду кривої прогину. Для одержання кривої залишкових прогинів від одержаних значень прогинів у стержні віднімалися значення прогинів, одержані за умовою пружної роботи стержня.

При знаходженні залишкових прогинів у стержні після розвантаження використовувалися значення прогинів, які було обчислено за припущенням досягнення у найбільш навантаженому перерізі стержня граничної пластичної деформації $\varepsilon_{ip,\text{lim}}$, а також відомі формули знаходження прогинів при пружній роботі, які використано за припущенням необмежено пружної роботи матеріалу.

Практична методика розрахунку міцності моно-та бістале-вих стержнів реалізує принцип зберігання традиційного виду розрахункових формул пружної стадії роботи з доповненням системою корегування розрахункових коефіцієнтів при взаємодії різних комбінацій згинального моменту та поздовжнього зусилля. Здійснюється також перевірка умовних напружень у певних точках моно - та бісталевих перерізів, що забезпечує побудову точних кривих взаємодії. Розрахунок міцності стержневих елементів конструкцій при роботі в області обмежених пластичних деформацій потребує розв'язку питання про пристосування перерізів до навантаження різними комбінаціями згинального моменту та поздовжньої сили. Границі змінення зовнішніх зусиль, до яких пристосується найбільш навантажений переріз при повторному прикладенні зусиль, можуть бути знайденими за умови, що деформації у перерізі не перевищують граничних. За обмеження величини граничної пластичної деформації на першому етапі навантаження прийнято значення $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$ за наступними твердженнями: пластичні складові деформації не більше 0,002 не впливають помітно на ударну в'язкість та не погіршують властивості тривкості сталі; незначна величина пластичної складової деформації $\varepsilon_{ip,lim}$ забезпечує можливість пристосування конструкцій при рухомих та змінних навантаженнях, величина пластичної складової деформації 0,002 дає підвищення тривалої тривкості, яке наближається до підвищення при пластичному шарнірі.

Область взаємодії поздовжньої сили N та згинального моменту M , які забезпечують пристосування переріза, відображаються нерівностями $N_{GP}^S \leq N \leq N_{GP}^R$, $0 \leq M \leq M_{GP}$, де N_{GP}^S , N_{GP}^R - гранична стискувальна та гранична розтягувальна поздовжні сили, M_{GP} - граничний згинальний момент.

Як найбільш типовий розглядався випадок, коли на першому етапі навантаження задана величина пластичної деформації досягається у верхніх волокнах найбільш навантаженого перерізу і викликана дією стискуючої поздовжньої сили та

зосередженою силою. При розрахунку для першого етапу навантаження значення граничних стискувальної та розтягувальної сил знаходились безпосередньо за заданими площами верхньої полки, стінки та нижньої полки, опору матеріалу полку та стінки перерізу, при цьому розглядались окремо як сталеві, так і бісталеві перерізи. Значення граничного моменту $M_{гр}$ на першому етапі навантаження визначається за епюрою напружено-деформованого стану перерізу з урахуванням можливих випадків перевищення меж пружності у різних точках перерізу. На відміну від області взаємодії, яка забезпечує пружну роботу і має лінійний вигляд, область взаємодії за припущенням досягнення граничної пластичної деформації має криволінійні межі та поширюється відповідно до збільшення допустимого граничного моменту. Значення $M_{гр}$ визначались за епюрами напружено-деформованого стану, які будувались для значень поздовжньої сили N , де $N / N_{гр} = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \dots; \pm 0,9$. При прикладенні на другому етапі навантаження заданої стискуючої (розтягуючої) поздовжньої сили N та згинального моменту M_2 для пристосування перерізу необхідно, щоб відповідно статичній теоремі про пристосування сумарні напруження у волокнах перерізу не перевищували різниці між розрахунковим опором та залишковими напруженнями, тому для визначення значень граничних зовнішніх зусиль попередньо було побудовано епюри залишкових напружень.

Таким чином, за допомогою використання апроксимуючих кривих удосконалено методику обчислення прогинів стержневих елементів конструкцій в області обмежених пластичних деформацій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бурковский И. Д. Методика расчета прочности стальных стержней с учетом деформированной схемы / [Бурковский И. Д., Веремеенко Н. А., Лутченко С. А., Чернов Н. Л., Шебанин В. С.] // Информационный листок о научно-техническом достижении. — М.: ВИМИ, 1987. — №87 — 1256.
2. Чернов Н. Л. Расчет бистальных элементов стержневых конструкций при учете ограниченных пластических деформаций и деформированной

схемы / Чернов Н. Л., Шебанин В. С, Бурковский И. Д. // Строительная механика корабля: сб. научных трудов. — Николаев: НКИ, 1987. — С. 91—98.

3. Рекомендации по расчету стальных конструкций на прочность по критериям ограниченных пластических деформаций. — 2-е изд. — М.: ЦНИИ-Проектстальконструкция им. Н.П. Мельникова, 1985. — 48 с.

4. СНИП П-23-81*. Строительные конструкции. Нормы проектирования. — М.: Стройиздат, 1982. — 93 с.

5. СНИП П-А. 10-71. Строительные конструкции и основания. Основные положения проектирования. — М.: Стройиздат, 1975. — С. 4—9.