

ОЦІНКА ЕКВІВАЛЕНТНИХ НАПРУГ НА ОСНОВІ СИСТЕМОЛОГІЇ

Ю.В.Селезньов, доктор технічних наук, професор

Г.О.Іванов, кандидат технічних наук, доцент

П.Н.Полянський, асистент

А.П.Бойко, асистент

Миколаївський державний аграрний університет

Виконано порівняльний аналіз розрахунків еквівалентних напруг на основі різних гіпотез міцності. Показано переваги розрахунків на основі системології

В даний час відома велика кількість різних теорій (гіпотез) міцності. З них найбільш широке поширення в інженерній практиці одержали 4 теорії (гіпотези) по критерію міцності. В опорі матеріалів використовується макромеханічний підхід, що представляє матеріал як суцільне пружне середовище. Макропідхід також застосовується до композиційних матеріалів, представляючи деталь як суцільне анізотропне середовище з визначеною симетрією структури.

Для оцінки міцності матеріалу конструкції, що знаходиться в складному напруженому стані приходиться вибирати критерії граничних станів, що встановлюють припустимі границі напруг, у яких матеріал може працювати за заданими умовами без руйнування. Граничними є стани, за яких матеріал переходить від пружного до пластичного стану чи руйнується (умова пластичності). Однак досвід показує, що жоден із запропонованих критеріїв не є універсальним. Кожний з них дає задовільні результати для окремих випадків. Вибір того чи іншого критерію залежить від природи матеріалу і характеру навантаження.

Розглянемо найбільш розповсюджені критерії граничних станів.

1. Критерій максимальних напруг: $\sigma_E = \sigma_1$,

Умова міцності в цьому випадку $\sigma_1 = \sigma_E \leq [\sigma]$, $[\sigma] = \sigma_T / [S]$ чи $[\sigma] = \sigma_v / [S]$ (умова пластичності чи міцності).

Цей підхід задовільно описує граничний стан крихких матеріалів.

2. Критерій максимальної деформації: $\varepsilon_1 \leq [\varepsilon] \rightarrow \sigma_E = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)$.

3. Критерій найбільших дотичних напружень: $\sigma_E = \sigma_1 - \sigma_3$. Задовільно описує граничний стан пластичних матеріалів (відпущена сталь).

4. Критерій питомої енергії формозміни:

$$\sigma_E = \sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3)}.$$

Добре описує поведінку пластичних матеріалів.

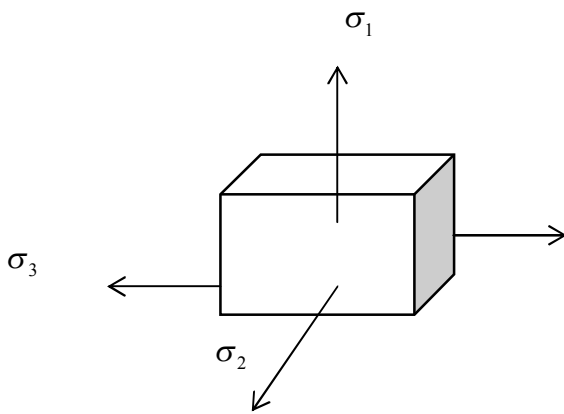


Рис. 1

системи з безліччю входів і виходів (рис. 2).

Відповідно до першої аксіоми, поведінка складної системи однозначно визначається характером зовнішніх впливів (v), внутрішньою структурою (x) і станом системи (u).

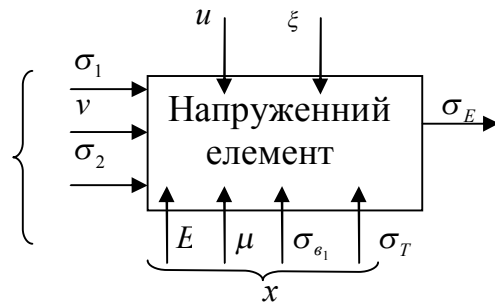


Рис.2

У даному випадку, якщо під поведінкою розуміти граничний стан, який оцінюється еквівалентною напругою, то можна записати

$$\sigma_E = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, x, u) \cdot \sigma_E.$$

Системне представлення передбачає множинну дискретну ієрархію. Будь-яка система складається з безлічі підсистем. Мікрорівень визначає властивості макрорівня. З мікропозицій внутрішні напруження, що виникають у матеріалі під дією зовнішніх навантажень, обумовлені силами міжмолекулярної чи міжатомної взаємодії. Ці сили електричного походження:

$$F_M = \frac{a}{r^m} - \frac{b}{r^n},$$

де a, b - експериментальні коефіцієнти, що визначають природу матеріалу; r - відстань між атомами (вузлами кристалічних ґрат) (рис.3).

Перший член характеризує сили притягання, другий - сили відштовхування. У напруженому стані атоми роблять рух відносно положення рівноваги при середній відстані r_0 .

5. Критерій Кулона-Мору: $\sigma_E = \sigma_1 - \chi\sigma_3$ застосовується рідко (для матеріалів, що мають різний опір розтягання і стиску).

$\chi = \sigma_{T+} / \sigma_{T-}$ (для пластичних $\chi = 1$, для крихких $\chi = 0$).

Відомі також і інші критерії. Розглянемо складний напружений стан матеріалу з позиції системології. У цьому випадку напружений елемент конструкції представляється у вигляді складної

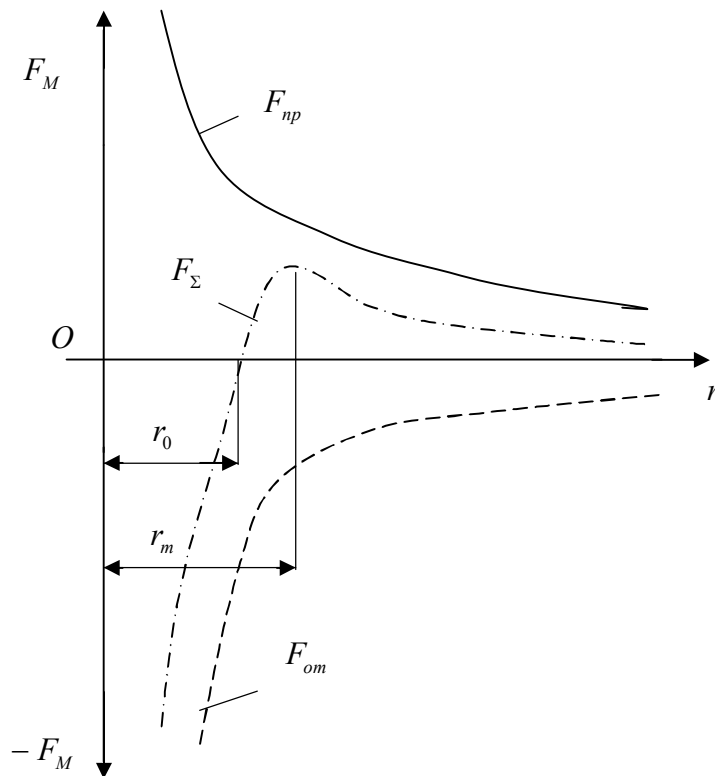


Рис. 3

При стиску $r < r_0$ переважають сили відштовхування, що врівноважують зовнішні сили. При розтяганні $r > r_0$ переважають сили притягання, які зрівноважать зовнішні сили.

Однак при $r = r_m$ результуюча сила притягання досягає максимального значення і подальше збільшення зовнішньої сили вже не зможе бути урівноважено внутрішніми силами міжмолекулярного притягання, що викликає руйнування матеріалу. Отже, міцність матеріалу на макрорівні визначається природою сил на мікрорівні міжмолекулярної взаємодії. Критерієм міцності є сума дискретних сил притягання F_M при відстані між системою атомів $r_m = r$. Відповідно до першої аксіоми поведження, міцність залежить від внутрішньої мікроструктури матеріалу і характеру зовнішніх силових впливів. Якщо в процесі навантаження відстань між частками (вузлами кристалічної структури) не досягає критичної величини, то матеріал зберігає міцність. Таким чином, системно-дискретну гіпотезу міцності можна представити в наступному виді: $r_\Sigma \leq r_m$

Міцність матеріалу в складно-напруженому стані визначається граничною відстанню між дискретними частками (атомами, молекулами, вузлами кристалічних ґрат).

Рівняння міцності в цьому випадку буде мати вид: $r_\Sigma \leq r_m$.

Завдання ідентифікації полягає в тім, щоб знайти перехід з мікрорівня на макрорівень. Використовуємо для цього системно-аксіоматичну методологію (САМ). Згідно з САМ, всі об'єкти дослідження представляються

у вигляді ієрархії складних систем, причому відповідно до першої аксіоми внутрішні мікроструктури визначають функціональні властивості макро-структури. Стосовно матеріалу деталей це можна виразити в такий спосіб: механічні характеристики матеріалу деталей однозначно визначаються їх внутрішньою структурою, тобто природою і розташуванням дискретних макро- і мікрочастинок.

До макрочасток належать полікристали, матриця і наповнювач у виді волокон чи орієнтованих монокристалів. До мікрочастинок належать відносяться молекули, атоми, іони речовини, певним чином орієнтовані в просторі і утворюючи кристалічні ґрати з безупинно коливними вузлами. За певних умов система може накопичувати і віддавати потенційну енергію, визначаючи пружні властивості макроречовини. Системно-аксіоматичний аналіз умов деформації в локальній небезпечній ділянці показав можливість представлення відносного переміщення сусідніх мікрочастинок у вигляді двох складових: ковзання по похилій площині спайності під кутом α - Δx і переміщення в напрямку, перпендикулярному цій площині - Δy . Збільшені відстані між двома частками може бути представлене

$$\text{у вигляді } \Delta r = \sum_{i=1}^3 \overline{\Delta x}_i \cdot \cos \alpha + \sum_{i=1}^3 \overline{\Delta y}_i \cdot \sin \alpha .$$

Тоді умову міцності можна виразити в такий спосіб $\sum \overline{\Delta x} \cdot \cos \alpha + \sum \overline{\Delta y} \cdot \sin \alpha \leq \Delta x_p \cdot \cos \alpha + \Delta y_p \cdot \sin \alpha$.

Використовуючи закон пружної деформації, після ряду перетворень, одержимо $k_1(\overline{\sigma}_1 + \overline{\sigma}_2 + \overline{\sigma}_3) + k_2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma_p]$,

$$\text{де } k_1 = \frac{1}{1 + \frac{G}{E} \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad k_2 = \frac{1}{1 + \frac{E}{G} \operatorname{ctg}^2 \alpha}; \quad k_1 + k_2 = 1.$$

Наведений аналіз показує, що для квазіізотропних тіл найбільш небезпечною буде октаедрична площина ковзання при $\alpha = 35^\circ$, $\operatorname{tg}^2 \alpha = 0.5$. Для цього випадку умова міцності буде мати вид

$$k_1 \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_3} + k_2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$$

Коефіцієнти k_1, k_2 (характеристики структури матеріалу) можна виразити через коефіцієнт Пуассона μ :

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \mu); \quad k_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{4(1 + \mu)}}; \quad k_2 = \frac{1}{1 + 4(1 + \mu)}.$$

Для сталі при $\mu = 0.29$, $k_1 = 0.84$, $k_2 = 0.16$.

Розглянемо деякі окремі випадки.

1. Вал піддається крутінню і вигину $\sigma_E = k_1 \sqrt{\sigma_u^2 + 3\tau^2} + k_2 \sigma_u \leq [\sigma]$.

2. Циліндрична судина (казан, балон) підданий внутрішньому тиску $\sigma_1 = 2\sigma_2$; $\sigma_3 = 0$; $\sigma_E = k_1 \frac{\sigma_1}{2} \sqrt{3} + k_2(\sigma_1 + 0.5\sigma_1)$.

Для порівняння наведемо результати розрахунків за різними гіпотезами міцності. За першою: $\sigma_E = \sigma_1$; за другою: $\sigma_E = 0.855\sigma_1$; за третьою: $\sigma_E = \sigma_1$; за четвертою: $\sigma_E = 0.865\sigma_1$.

За пропонованою дискретно-системною (ДСГ): $\sigma_E = 0.966\sigma_1$.

Як видно, результати нової гіпотези міцності найбільше близько збігаються з результатами першої і третьої гіпотез міцності, що одержали найбільше поширення в даному випадку.

3. Розглянемо випадок розтягання деталі з поперечним стиском при $\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\sigma$.

Результати розрахунків для цього випадку:

а) за першою теорією міцності: $\sigma_E = \sigma$;

б) за другою теорією міцності: $\sigma_E = 1.3\sigma$;

в) за третьою теорією міцності: $\sigma_E = 2\sigma$;

г) за четвертою теорією міцності: $\sigma_E = 1.73\sigma$.

д) за системно-дискретною гіпотезою (СДГ) міцності: $\sigma_E = 1.73\sigma$.

Як видно з порівняння, результати, отримані за різними теоріями міцності значно відрізняються один від одного, результати СДГ збіглися з результатами четвертої теорії міцності, що найбільше точно відповідає дійсності в даному окремому випадку.

4. Розглянемо випадок тривісного рівномірного розтягання, коли $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$: а) за першою теорією міцності: $\sigma_E = \sigma$;

б) за другою теорією міцності: $\sigma_E = 0.4\sigma$;

в) за третьою теорією міцності: $\sigma_E = 0$;

г) за четвертою теорією міцності: $\sigma_E = 0$.

д) за системно-дискретною гіпотезою (СДГ) міцності: $\sigma_E = 0.48\sigma$.

Як видно з порівняння, результати формул СДГ найбільше близько збігаються з результатами другої теорії міцності, третя і четверта теорії міцності зовсім непридатні для даного випадку, тому що допускають необмежене збільшення напруг. Результати першої теорії в даному випадку не відповідають експериментальним даним. При рівномірному тривісному стиску ліва частина формули буде негативною, що говорить про скорочення відстані між розглянутими точками. Це значить, що умова міцності не може бути порушена за будь-якого значення стискаючого навантаження. Ці ж висновки впливають із третьої і четвертої теорії міцності стосовно даного випадку, у той час, як інші теорії міцності дають неправильні результати. З розгляду ряду прикладів видно, що відповідні теорії міцності

придатні тільки для окремих випадків завантаження, у той час, як СДГ придатна для усіх випадків складного напруженого стану, тому що враховує одночасно дію дотичних і нормальних напруг.

ЛІТЕРАТУРА

1. Клар Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач, пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1990. - 539 с.
2. Селезнев Ю.В. Оптимизация управления проектами при организации и развитии совместных предприятий на основе системного подхода. - Николаев: РИО УГМТУ, сб. научных трудов вып. 1. 2000. - С. 157-163.
3. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. Пер. с англ. - М.: Мир, 1967. - 343 с.
4. Хубка В.А. Теории технических систем.-М.: Мир, 1987. -208 с.