УДК 621

К ВОПРОСУ СИНТЕЗА ЦЕНТРОИДНЫХ НАПРАВЛЯЮЩИХ МЕХАНИЗМОВ

В.П.Табацков, *кандидат технических наук, доцент*
Николаевский государственный аграрный университет
Э.Г.Бергер, *кандидат технических наук, профессор*
Г.Е.Диневич, *кандидат технических наук, доцент*
Е.Э.Бергер, *кандидат технических наук, доцент*
Херсонский национальный технический университет

В роботі розглянуто одну з основних задач ТММ – задачу про відтворення наперед заданої траєкторії, де на практиці йде обробка складних криволінійних профілів в машинах-автоматах, роботах та маніпуляторах

В настоящее время широко внедряется наиболее прогрессивная по производительности обработка криволинейных поверхностей методом обкатки. При этом инструмент и изделие представляет собой взаимоогибаемые профили. Наиболее благоприятные условия обработки создаются в случаях, когда поверхности изделия и инструмента представляют собой центроиды заданого относительного их перемещения.

Вопросами обработки сложного профиля занимались Боренштейн Ю.П., Дружинский И.А., Карелин В.С., Кулик В.К., Литвин Ф.Л., Швед Г.Л. и другие ученые.

В связи с этим в последнее время большое внимание уделяется исследованию такого рода механизмов, вопросам их синтеза, конструировання и практического применения.

Рассмотрим одну из основных задач ТММ – задачу о воспроизведении заданной траектории, применяющуюся в практике обработки сложных криволинейных профилей, в машинах-автоматах, робототехнике [1].

Постановка задачи: спроектируем центроидный механизм, т.е. определим центроидную пару по заданной рулетте. Задача имеет множество решений, поэтому на движение шатунной плоскости можно накладывать дополнительные условия, например, задать вторую рулетту или одну из центроид, или принять определенный закон движения [2, 3].

Пусть рулетта R задана уравнением:

$$\rho = \rho(\varphi)\,. \tag{1}$$

С точки зрения технологичности последующей обработки по заданной рулетте R принято условие конхоидального движения плоскости xCy, при котором некоторая прямая шатунной плоскости, например Cx, всегда проходит через постоянную точку O неподвижной плоскости опоры XOY – рис. 1.

При этом мгновенный центр скоростей распределяется пересечением нормали к кривой R (CP) и перпендикуляра k прямой Cx (OP); центроиды определяются как траектории центра P в неподвижной XOY и в подвижной xCy системах координат. Откуда параметрические уравнения неподвижной (Ц$_1$) и подвижной (Ц$_2$) центроид, исходя из (1), получаем в виде:

$$Ц_1(XOY):\ X=\rho'\cdot\cos\varphi;\ Y=-\rho'\cdot\sin\varphi; \qquad (2)$$

$$Ц_2(xCy):\ x=-\rho;\ \ y'=-\rho', \qquad (3)$$

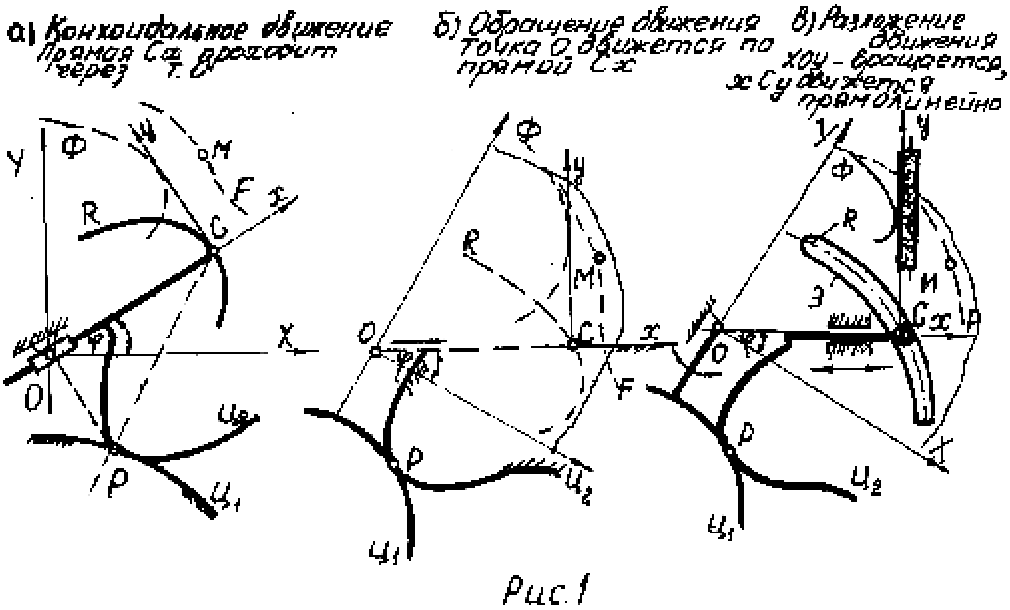

Рис.1

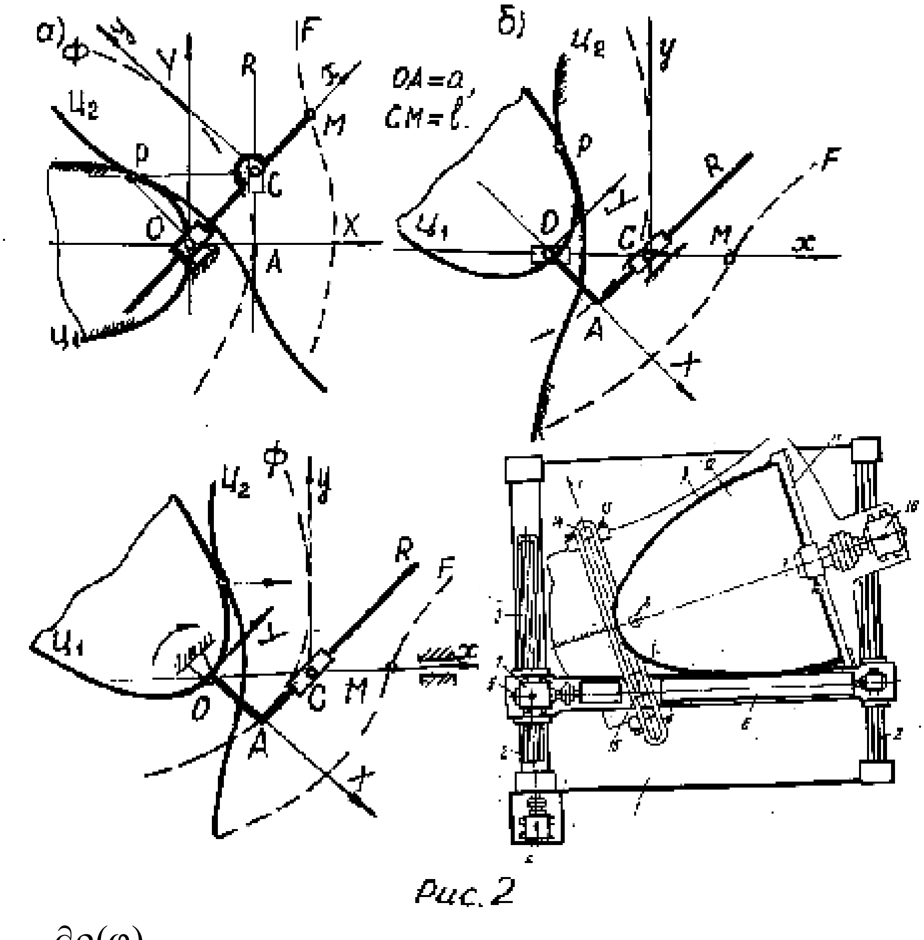

Рис.2

где $\rho'=\dfrac{\partial\rho(\varphi)}{\partial\varphi}$.

Таким образом заданное движение плоскости xCy обеспечивается качением подвижной центроиды $Ц_2$ по неподвижной $Ц_1$. При этом сохраняется конхоидальность движения и точка C описывает заданную рулетту R. Произвольная точка M (x_M, y_M) плоскости xCy будет описывать ортоконхоиды кривой R, выраженные параметрическими уравнениями вида:

$$X = [\rho(\varphi) + x_m] \cdot \cos\varphi - y_m \cdot \sin\varphi;$$
$$Y = [\rho(\varphi) + x_m] \cdot \sin\varphi + y_m \cdot \cos\varphi, \tag{4}$$

а точка на оси Cx (y_N=0) – конхоиду кривой R по уравнению:

$$\rho = \rho(\varphi) + x_M\,. \tag{5}$$

Согласно принципа двойственности всякая кривая может образовываться как огибающая семейства касательных к ней прямых [1]. Следовательно, прямые плоскости и xCy, перемещаясь относительно плоскости XOY, огибают на ней некоторые кривые. Так, прямая, заданная уравнением y = kx + b (на рис. 1 не показана), огибает кривую, уравнение которой определяется исключением параметра φ из системы.

$$X + kY = [k \cdot \rho(\varphi) - b] \cdot \sin\varphi + k \cdot \rho' \cdot \cos\varphi; \tag{6}$$
$$kX - Y = [k \cdot \rho(\varphi) - b] \cdot \cos\varphi - k \cdot \rho' \cdot \sin\varphi.$$

Вывод уравнений кривых значительно упрощается, если использовать прямолинейные (тангенциальные или плюккеровы) координаты u, v. При этом тангенциальные уравнения огибаемых кривых имеют вид [3]:

$$u^2 + v^2 = \frac{1+k}{k \cdot \rho(\varphi) + b}, \tag{7}$$

где $tg\varphi = \dfrac{v}{u}$.

В частном случае прямая Cy огибает на XOY кривую Ф – антиподеру заданной кривой R, т.е. кривая R является подерой кривой Ф относительно точки O. Тангенциальное уравнение кривой Ф имеет вид:

$$u^2 + v^2 = \frac{1}{\rho^2(\varphi)}; \quad tg\varphi = \frac{v}{u}. \tag{8}$$

В некоторых случаях огибания кривых режущим инструментом может являться широкий резец, камень или круг, и тогда обработка ведется высокопроизводительным методом обкатки [1]. При нарезании некруглых зубчатых колес инструментом является червячная фреза.

В рассмотренной схеме образования кривых пишущие элементы (точки или прямые) совершают сложное плоскопараллельное перемещение вместе с подвижной плоскостью xCy. При обработке криволинейных профилей инструмент должен снабжаться приводом, обеспечивающим движение резания. Такое сложное движение инструмента вместе с его приводом усложняет конструкцию устройств для обработки, ухудшает их динамические характеристики, снижает жесткость системы и, следовательно, точность обработки. Для избежания этого необходимо, чтобы режущий инструмент был связан с неподвижной плоскостью или с плоскостью совершающей простейшее перемещение – вращательное или прямолинейное. Поэтому при проектировании устройств для обработки криволинейных профилей рекомендуются следующие преобразования движения плоскостей xCy и XOY:

1. Обращение движения (инверсия). Плоскость xCy, несущая инструмент с его приводом, закрепляется неподвижно, а плоскость XOY, несущая изделие (заготовку), раскрепляется – рис. 1б. При этом центроиды меняются ролями: неподвижная центроида $Ц_1$ становится подвижной, и наоборот.
2. Разделение движения. Сложное конхоидальное движение плоскости xCy разделяется на ее прямолинейное движение и на вращение (поворот) плоскости XOY, которая закрепляется шарнирно (рис. 1в).

В обоих случаях относительное движение звеньев сохраняется, и все кинематические кривые (в том числе и центроиды $Ц_1$, $Ц_2$) остаются прежними.

Пример. Рассмотрим конхоидальный циркуль (рис. 2а).

Рулеттами точек C и M являются соответственно прямая R $(\rho = \dfrac{a}{\cos\varphi})$ и конхоида Никомеда F.

Прямая Cy, согласно (8), огибает параболу с тангенциальным уравнением $u = a(u^2 + v^2)$ или, в точечных координатах: $Y^2 = -4a \cdot x$.

Центроидами в данном движении, согласно (2) – (3), являются: неподвижная $Ц_1$ – парабола $Y^2 = -a(X + a)$; подвижная $Ц_2$ – сирена $x^4 = a^2(x^2 + y^2)$.

Качением центроиды $Ц_2$ по неподвижной $Ц_1$ обеспечивается конхоидальное движение плоскости xCy; а в устройстве для обработки – подача инструмента к заготовке, связанной с неподвижной плоскостью.

Преобразования движения:

1. Инверсия – рис. 2б. Получаем известный механизм Лебо. Центроиды $Ц_1$ и $Ц_2$ меняются ролями: качение $Ц_1$ по $Ц_2$ обеспечивает подачу заготовки на инструмент, установленный с его приводом на неподвижной плоскости.

2. Разделение движений – рис. 2в. Получаем механизм поворотной кулисы. Центроида $Ц_1$ поворотная, а $Ц_2$ – движется прямолинейно. Вариант устройства для обработки показан на рис. 2г (авт. св. № 1033293, 1983г.) [4].

Приведенные примеры показывают, что описанный метод позволяет использовать известные кинематические схемы механизмов, и на их основе получать новые патентоспособные конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И. Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых. М.: Науки, 1959.*
2. *Табацков В.П. К вопросу геометрического определения центроид. // Республиканский сб. «Прикладная геометрия и инженерная графика». - Вып. 16. – К.: Будівельник, 1973.*
3. *Бергер Э.Г., Табацков В.П., Бергер Е.Э. Геометрия формообразования криволинейных профилей. // Вестник ХГТУ. Херсон, 2000. - № 3.*
4. *Материалы патентной литературы.*