

УДК 631.589.2(082)

## ТЕОРИЯ ПОДЪЕМНЫХ УСТАНОВОК

*В.М.Булгаков, доктор технических наук, профессор  
Национальный аграрный университет Украины, м.Київ  
В.А.Костюченко, доктор технических наук, профессор  
Керченский морской технологический институт*

*Розглянуто динаміку підйомних установок механічних при-  
строїв для виробництва гідропонної продукції з урахуванням пруж-  
ності валів та пружно-в'язких вагомих канатів змінної довжини.*

**Введение.** Самым трудоёмким технологическим процессом в производстве гидропонного зелёного корма на многоярусных лотковых или транспортёрных установках является доставка исходного материала на верхние ярусы и его посев. Эти трудоёмкие процессы можно механизировать, если в технологическую линию для производства кормов включить передвижную лебёдку с подъёмной емкостью специальной конструкции. Подъёмная емкость должна допускать разгрузку зерна непосредственно в лоток или посевное устройство, если цех оборудован гидропонными установками транспортёрного типа. Отличительная особенность лебёдки состоит в том, что её масса должна быть намного меньше массы подъёмной емкости с посевным материалом.

**Постановка проблемы и ее связь с научными и практическими задачами.** В настоящее время гидропонные теплицы башенного типа достигают значительных высот. Так, вблизи Еревана высота такой теплицы

составляет 70 м, а под Ригой – 140 м. Высота гидропонной башни "Солнце" – 82 м, в Японии высота таких башен иногда достигает 240 м.

Существующие подземные горизонты, где могут располагаться гидропонные установки, находятся на глубине от 200 до 600 метров. Доставка исходного посевного материала на такие высоты и глубины, а также вывоз выращенного урожая может осуществляться только с помощью подъемных установок. Эти установки монтируются на верхних ярусах башен или на поверхности земли. В странах дальнего зарубежья эксплуатируются двухбарабанные, однобарабанные и безредукторные подъемные машины.

С целью создания обоснованной инженерной методики расчета подъемных установок для башенных теплиц и подземных гидропонных цехов рассмотрим, прежде всего, существующие типы конструкций этих установок, но с другими количественными и качественными признаками. Анализ этих конструкций позволит обосновать эквивалентные механические и математические модели, выдвинуть ряд гипотез и предположений, без которых невозможно исследование реальных систем.

Подъемную установку, как сложную механическую систему, можно условно расчленить на две части: подъемное устройство с приводом и грузы на концах канатов. Подъемное устройство представляет собой фактически машину (машинный агрегат), преобразующую вращение вала двигателя в поступательное движение концевых грузов посредством навивки каната на вращающийся барабан. Обычно между электродвигателем и барабаном устанавливается редуктор с зубчатым зацеплением с одной или двумя ступенями редуцирования. Соединение двигателя с редуктором и редуктора с барабанами осуществляется с помощью муфт. Валы, на которых установлены барабаны, валы редуктора и двигателя, зубчатые передачи и муфты обладают определенной упругостью. Массы валов пренебрежимо малы по сравнению с явно сосредоточенными массами ротора двигателя, редуктора двигателя, редуктора и барабанов, что позволяет их массу привести к массам машины, которые будем считать сосредоточенными.

Подъемные канаты направляются в подземный ствол с помощью направляющих шкивов, установленных на определенной высоте над землей. Участок каната от точки схода с барабана до шкива обычно составляет 10 – 20 метров, поэтому можно считать его невесомым, но обладающим определенной жесткостью.

Направляющие шкивы будем рассматривать как сосредоточенные маховые массы. Канаты представляют собой довольно сложную агрегатную конструкцию. Тип конструкции каната определяет его физические свойства и протекающие в нем динамические процессы, однако можно учитывать его интегральные характеристики показателями упруго-вязких параметров. При навивке на барабан свободные отвесы канатов меняются с течением времени цикла.

В настоящее время для обслуживания гидропонных башен и подземных гидропонных цехов в странах дальнего зарубежья используются, как упоминалось выше, двухбарабанные и однобарабанные подъемные установки. Машины этих установок для подземных цехов устанавливаются на поверхности земли, а для башенных теплиц – на верхнем их ярусе. Механическая модель и расчетная схема двухбарабанной установки изображена на рис. 1.

Перейдем к обозначениям на рис. 1. К сосредоточенным массам относится ротор  $I_1$ , редуктор  $I_2$ , барабаны  $I_3$  и  $I_4$ , направляющие шкивы  $I_5$  и  $I_6$ , концевые грузы  $Q_1$  и  $Q_2$ .

Маховые массы с моментами инерции  $I_i$  соединены между собой соответственно стационарными связями крутильной и продольной жесткости  $C_{12}, C_{23}, C_{34}, K_1, K_2$ . Концевые грузы веса  $Q_1$  и  $Q_2$  связаны с машиной упруго-вязкими нестационарными связями – канатами. К массе  $I_1$  прикладывается момент электродвигателя  $M_1(t)$ . Силовой поток от двигателя через упругие связи устремляется к концевым грузам, в результате чего вся подъемная установка приводится в движение. С барабана  $I_3$  канат свивается, опуская при этом концевой груз  $Q_1$ . Одновременно на барабан  $I_4$  навивается вторая ветвь каната, производя подъем груза  $Q_2$ .

Таким образом, подъемная установка работает как бы в маятниковом режиме, поочередно поднимая полезный груз то одним, то другим канатом.

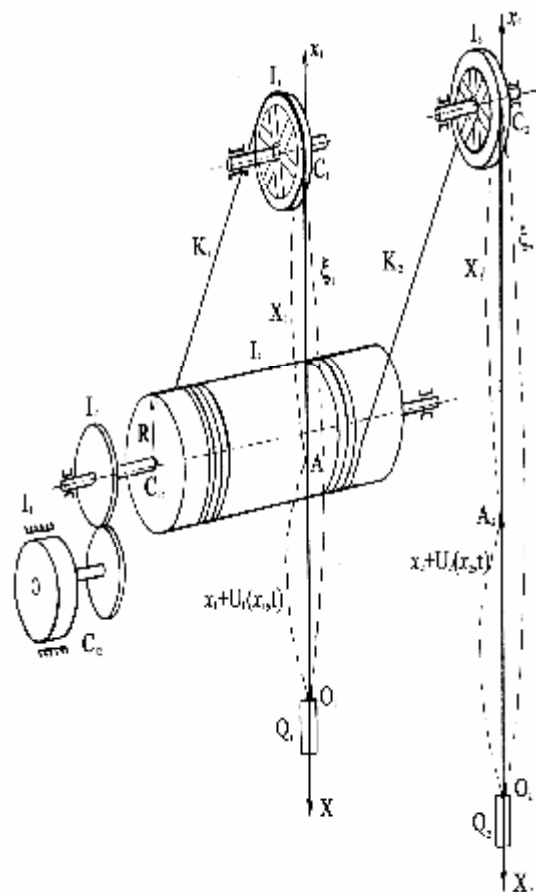
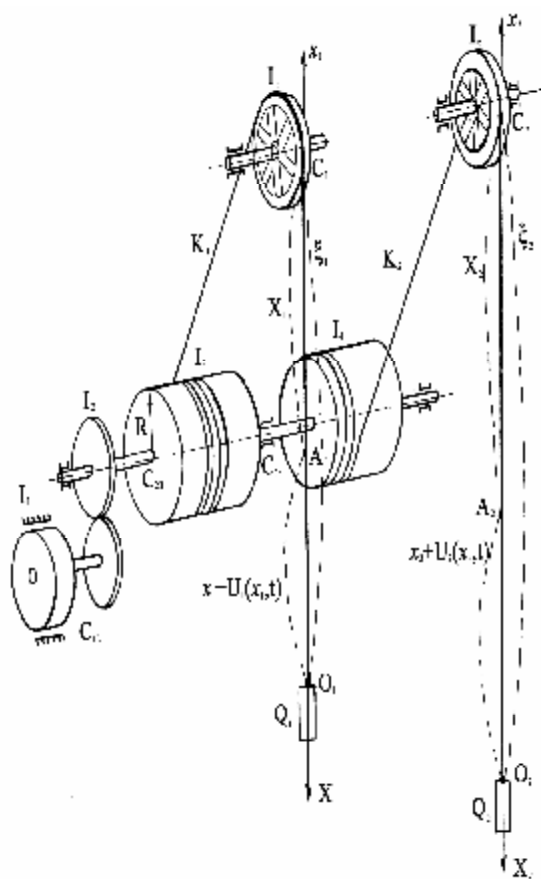
Отличительной особенностью однобарабанной подъемной установки является то, что свивание и навивание канатов происходит на одном барабане, поэтому в кинематической схеме однобарабанной установки на одну сосредоточенную массу меньше, чем в двухбарабанной. Механическая модель и расчетная схема однобарабанной установки изображена на рис. 2.

**Анализ исследований и публикаций по данной проблеме.** В работе [1] рассматривается динамика двух- и однобарабанных установок. Расчетные схемы представляются в виде многомассовых крутильных систем, при этом массы канатов приводятся к массам концевых грузов, а изменение длины каната не учитывается.

В работе [2] рассматриваются динамические усилия в весоном упруго-вязком канате переменной длины в отрыве от подъемной машины, где взаимное влияние неизбежно.

В работе [3] четко сформулирована "Вторая основная задача динамики каната переменной длины", однако в дальнейшем исследуются частные задачи динамики каната.

В представленной работе, в отличие от указанных выше, выведены дифференциальные уравнения динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса: машина – канаты – концевые грузы.



**Рис. 1. Механическая модель двух- барабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов**

**Рис. 2. Механическая модель одно- барабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов**

**Цель исследований.** Создание динамической теории расчета двух-барабанных и однобарабанных подъемных установок гидропонных комплексов на базе дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы во всех упругих элементах подъемной установки как в едином комплексе.

**Результаты исследования.** В представленной работе выведены дифференциальные уравнения динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса машина - канаты - концевые грузы.

**Основные гипотезы и предположения, выбор систем отсчета и обобщенных координат.**

Решение всякой задачи механики начинается с построения расчетной модели изучаемой физической системы, основанной на определенных гипотезах, и цели, которую преследует задача.

При выводе дифференциальных уравнений динамики подъемных установок будем исходить из следующих основных предположений:

1) сосредоточенные массы крупных конструктивных узлов подъемных установок представляют собой абсолютно твердые тела;

- 2) соединения сосредоточенных масс машины – абсолютно упругие невесомые связи с постоянными коэффициентами жесткости;
- 3) внешнее трение и силы аэродинамического сопротивления отсутствуют;
- 4) подъемные канаты переменной длины – весомые, идеально-гибкие, некрутящиеся, упруго-вязкие нити, подчиняющиеся гипотезе Фогта;
- 5) поперечные колебания канатов отсутствуют;
- 6) канат в точках набегания и схода не проскальзывает относительно навивочной поверхности;
- 7) податливость опор машины и направляющих шкивов пренебрежимо мала по сравнению с податливостями упругих связей силовой линии подъемной установки.

Отдельно то или иное из перечисленных предположений использовалось различными авторами в частных задачах динамики каната или машины, подтверждены теоретическими или экспериментальными исследованиями [1, 2, 3].

Перейдем к выбору систем отчета и обобщенных координат. Рассмотрим механическую модель двухбарабанной подъемной установки, изображенной на рис. 1. Поместим начало осей неподвижной системы координат в точках набегания  $C_2$  и схода  $C_1$  канатов со шкивов. Оси  $C_1X_1$  и  $C_2X_2$  направим вниз по отвесам канатов. Начало осей подвижной системы координат поместим в точках соединения канатов с сосудами  $O_1$  и  $O_2$ . Оси  $O_1x_1$  и  $O_2x_2$  направим вверх по канатам.

Тогда для произвольных точек сечений канатов  $A_1$  и  $A_2$  будем иметь:

$$\begin{aligned} X_1 &= \xi_1 - x_1 - U_1(x_1, t); \\ X_2 &= \xi_2 - x_2 - U_2(x_2, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  - абсолютные координаты точек  $O_1$  и  $O_2$ ,  $x_1, x_2$  - относительные координаты точек  $A_1$  и  $A_2$  для недеформированных канатов;  $U_1$  и  $U_2$  - деформации длин частей канатов  $O_1A_1, O_2A_2$ .

Связь между  $\xi_1, \xi_2$  и переменными длинами канатов выразится следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= l_1(t) + U_1(l_1, t); \\ \xi_2 &= l_2(t) + U_2(l_2, t). \end{aligned} \quad (2)$$

В соответствии с допущением о непроскальзывании в точке схода и набегания канатов на шкивы имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} &= V_1 + \frac{\partial U_1}{\partial t} \Big|_{x_1 = l_1}; \\ \frac{d\xi_2}{dt} &= V_2 + \frac{\partial U_2}{\partial t} \Big|_{x_2 = l_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  - окружные скорости шкивов.

Если обозначить абсолютные углы поворотов соответствующих сосредоточенных масс через  $\varphi_K$  ( $K = 1, 2, 3, \dots, 6$ ), то переменные длины канатов определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= l_{01} + \varphi_5 \cdot r; \\ l_2 &= l_{02} - \varphi_6 \cdot r, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $l_{01}$  и  $l_{02}$  - начальные длины отвесов канатов;  $r$  - радиус шкивов.

Принимая  $\varphi_K, X_1, X_2$  за обобщенные координаты, перейдем к выводу дифференциальных уравнений динамики подъемной установки для подземных гидропонных цехов.

Вывод дифференциальных уравнений динамики подъемной установки для подземных гидропонных цехов. Рассмотрим механическую модель двухбарабанной подъемной установки, изображенной на рис. 1.

Принимая, что движущий момент  $M_1(t)$ , приложенный к ротору, а также тормозные моменты  $M_3(t)$  и  $M_4(t)$ , приложенные к барабанам, представляют собой известные функции времени, запишем общее уравнение динамики системы:

$$\begin{aligned} & [I_1\ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) - M_1(t)]\delta\varphi_1 + [I_2\ddot{\varphi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - \\ & - iC_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2)]\delta\varphi_2 + [I_3\ddot{\varphi}_3 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + K_1R(\varphi_3R - \\ & - \varphi_5r) + M_3(t)]\delta\varphi_3 + [I_4\ddot{\varphi}_4 - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) + K_2R(\varphi_4R - \varphi_6r) + \\ & + M_4(t)]\delta\varphi_4 + [I_5\ddot{\varphi}_5 - K_1r(\varphi_3R - \varphi_5r) - S_1(l_1, t)r]\delta\varphi_5 + [I_6\ddot{\varphi}_6 - K_2r(\varphi_4R - \\ & - \varphi_6r) - S_2(l_2, t)r]\delta\varphi_6 + \int_{o_1}^{l_1} \left[ \left( q - \frac{\partial S_1}{\partial X_1} - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 X_1}{\partial t^2} \right) \delta X_1 + \right. \\ & \left. + \left[ Q_1 - S_1(o_1, t) - \frac{Q_1}{g} \ddot{\xi}_1 \right] \delta\xi_1 + \int_{o_2}^{l_2} \left[ \left( q - \frac{\partial S_2}{\partial X_2} - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 X_2}{\partial t^2} \right) \delta X_2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[ Q_2 - S_2(o_2, t) - \frac{Q_2}{g} \ddot{\xi}_2 \right] \delta\xi_2 = 0, \right. \end{aligned} \quad (5)$$

где  $i$  - передаточное число редуктора;  $C_{12}, C_{23}, C_{34}, K_1, K_2$  - жесткости соответствующих упругих связей;  $R$  - радиус барабанов;  $Q_1, Q_2$  - концевые грузы;  $q$  - вес одного погонного метра каната;  $S_1, S_2$  - усилия в канатах.

В соответствии с зависимостями (1), (2) и (4) можно записать общие выражения:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), & X_2 &= X_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t), \\ \xi_1 &= \xi_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), & \xi_2 &= \xi_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  - неизвестные функции времени в формулах, предложенных Г.Н. Савиным [3], для абсолютного удлинения сечений канатов:

$$\begin{aligned} U_1 &= X_1 \Phi_1 + X_1^2 \Phi_2; \\ U_2 &= X_2 \Phi_3 + X_2^2 \Phi_4. \end{aligned} \quad (7)$$

Учитывая равенство (6), найдем  $\delta X_1, \delta X_2, \delta \xi_1, \delta \xi_2$ , затем подставим полученные выражения в (5) и, приравняв нулю значения обобщенных сил, определим следующую систему интегро-дифференциальных соотношений:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\Phi}_1 + C_{12}(\Phi_1 - i\Phi_2) &= M_1(t), \\ I_1 \ddot{\Phi}_2 + C_{23}(\Phi_2 - \Phi_3) - iC_{12}(\Phi_1 - i\Phi_2) &= 0, \\ I_3 \ddot{\Phi}_3 - C_{23}(\Phi_2 - \Phi_3) + C_{34}(\Phi_3 - \Phi_4) + K_1 R(\Phi_3 R - \Phi_5 r) &= -M_3(t), \\ I_4 \ddot{\Phi}_4 - C_{34}(\Phi_3 - \Phi_4) + K_2 R(\Phi_4 R - \Phi_6 r) &= -M_4(t), \\ I_5 \ddot{\Phi}_5 - K_1 r(\Phi_3 R - \Phi_5 r) - S_1(l_1, t)r + \int_{o_1}^{l_1} \left( q - \frac{\partial S_1}{\partial X_1} - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 X_1}{\partial t^2} \right) \frac{\partial X_1}{\partial l_1} \frac{\partial l_1}{\partial \Phi_5} dx_1 + \\ + \left[ Q_1 - S_1(o_1, t) - \frac{Q_1}{g} \ddot{\xi}_1 \right] \frac{\partial \xi_1}{\partial l_1} \frac{\partial l_1}{\partial \Phi_5} &= 0, \\ I_6 \ddot{\Phi}_6 - K_2 r(\Phi_4 R - \Phi_6 r) - S_2(l_2, t)r + \int_{o_2}^{l_2} \left( q - \frac{\partial S_2}{\partial X_2} - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 X_2}{\partial t^2} \right) \cdot \\ \cdot \frac{\partial X_2}{\partial l_2} \frac{\partial l_2}{\partial \Phi_6} dx_2 + \left[ Q_2 - S_2(o_2, t) - \frac{Q_2}{g} \ddot{\xi}_2 \right] \frac{\partial \xi_2}{\partial l_2} \frac{\partial l_2}{\partial \Phi_6} &= 0, \\ \int_{o_1}^{l_1} \left( q - \frac{\partial S_1}{\partial X_1} \right) \frac{\partial X_1}{\partial \Phi_1} dx_1 - \frac{q}{g} \int_{o_1}^{l_1} \frac{\partial^2 X_1}{\partial t^2} \frac{\partial X_1}{\partial \Phi_1} dx_1 + [Q_1 - S_1(o_1, t)] \frac{\partial \xi_1}{\partial \Phi_1} - \frac{Q_1}{g} \ddot{\xi}_1 \frac{\partial \xi_1}{\partial \Phi_1} &= 0, \\ \int_{o_1}^{l_1} \left( q - \frac{\partial S_1}{\partial X_1} \right) \frac{\partial X_1}{\partial \Phi_2} dx_1 - \frac{q}{g} \int_{o_1}^{l_1} \frac{\partial^2 X_1}{\partial t^2} \frac{\partial X_1}{\partial \Phi_2} dx_1 + [Q_1 - S_1(o_1, t)] \frac{\partial \xi_1}{\partial \Phi_2} - \frac{Q_1}{g} \ddot{\xi}_1 \frac{\partial \xi_1}{\partial \Phi_2} &= 0, \\ \int_{o_2}^{l_2} \left( q - \frac{\partial S_2}{\partial X_2} \right) \frac{\partial X_2}{\partial \Phi_3} dx_2 - \frac{q}{g} \int_{o_2}^{l_2} \frac{\partial^2 X_2}{\partial t^2} \frac{\partial X_2}{\partial \Phi_3} dx_2 + [Q_2 - S_2(o_2, t)] \frac{\partial \xi_2}{\partial \Phi_3} - \frac{Q_2}{g} \ddot{\xi}_2 \frac{\partial \xi_2}{\partial \Phi_3} &= 0, \\ \int_{o_2}^{l_2} \left( q - \frac{\partial S_2}{\partial X_2} \right) \frac{\partial X_2}{\partial \Phi_4} dx_2 - \frac{q}{g} \int_{o_2}^{l_2} \frac{\partial^2 X_2}{\partial t^2} \frac{\partial X_2}{\partial \Phi_4} dx_2 + [Q_2 - S_2(o_2, t)] \frac{\partial \xi_2}{\partial \Phi_4} - \frac{Q_2}{g} \ddot{\xi}_2 \frac{\partial \xi_2}{\partial \Phi_4} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Зависимость между усилиями каната  $S_1, S_2$  и деформациями  $U_1(X_1, t), U_2(X_2, t)$  примем в виде:

$$S_1 = K \frac{\partial U_1}{\partial X_1} + \alpha \frac{\partial^2 U_1}{\partial X \partial t};$$

$$S_2 = K \frac{\partial U_2}{\partial X_2} + \alpha \frac{\partial^2 U_2}{\partial X_1 \partial t}.$$
(9)

Дифференцируя выражения (1) по соответствующим аргументам, а также учитывая формулы (3), (9) и подставляя полученные результаты в (8), получим следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений:

$$I_1 \ddot{\phi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) = M_1(t),$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - iC_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) = 0,$$

$$I_3 \ddot{\phi}_3 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + K_1 R(\varphi_3 R - \varphi_5 r) = -M_3(t),$$

$$I_4 \ddot{\phi}_4 - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) + K_2 R(\varphi_4 R - \varphi_6 r) = -M_4(t),$$

$$I_5 \ddot{\phi}_5 - K_1 r(\varphi_3 R - \varphi_5 r) = Q_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + l_1 \ddot{\Phi}_1 + 2l_1 \dot{l}_1 \dot{\Phi}_2 + l_1^2 \ddot{\Phi}_2) \right] r +$$

$$+ ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + \frac{1}{2} l_1 \ddot{\Phi}_1 + 2l_1 \dot{l}_1 \dot{\Phi}_2 + \frac{2}{3} l_1^2 \ddot{\Phi}_2) \right] r,$$

$$I_6 \ddot{\phi}_6 - K_2 r(\varphi_4 R - \varphi_6 r) = -Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + l_2 \ddot{\Phi}_3 + 2l_2 \dot{l}_2 \dot{\Phi}_4 + l_2^2 \ddot{\Phi}_4) \right] r -$$

$$- ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + \frac{1}{2} l_2 \ddot{\Phi}_3 + 2l_2 \dot{l}_2 \dot{\Phi}_4 + \frac{2}{3} l_2^2 \ddot{\Phi}_4) \right] r,$$

$$\frac{l_1}{g} (Q_1 + \frac{ql_1}{3}) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} (Q_1 + \frac{ql_1}{2}) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} (Q_1 + \frac{5ql_1}{12}) \ddot{\Phi}_2 +$$

$$+ l_1 \left[ \frac{2}{g} (Q_1 + \frac{ql_1}{2}) \dot{l}_1 + \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + Kl_1 \Phi_2 = (Q_1 + \frac{ql_1}{2}) (1 - \frac{\ddot{l}_1}{g}),$$

$$\frac{l_1}{g} (Q_1 + \frac{5ql_1}{12}) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} (Q_1 + \frac{2ql_1}{3}) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} (Q_1 + \frac{8ql_1}{15}) \ddot{\Phi}_2 +$$

$$+ l_1 \left[ \frac{2}{g} (Q_1 + \frac{2ql_1}{3}) \dot{l}_1 + \frac{4}{3} \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + \frac{4}{3} Kl_1 \Phi_2 = (Q_1 + \frac{2ql_1}{3}) (1 - \frac{\ddot{l}_1}{g}),$$

$$\frac{l_2}{g} (Q_2 + \frac{ql_2}{3}) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} (Q_2 + \frac{ql_2}{2}) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g} (Q_2 + \frac{5ql_2}{12}) \ddot{\Phi}_4 +$$

$$+ l_2 \left[ \frac{2}{g} (Q_2 + \frac{ql_2}{2}) \dot{l}_2 + \alpha \right] \dot{\Phi}_4 + Kl_2 \Phi_4 = (Q_2 + \frac{ql_2}{2}) (1 - \frac{\ddot{l}_2}{g}),$$
(10)



$$\begin{aligned} & \frac{l_2}{g}(Q_2 + \frac{5ql_2}{12})\ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g}(Q_2 + \frac{2ql_2}{3}) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g}(Q_2 + \frac{8ql_2}{15})\ddot{\Phi}_4 + \\ & + l_2 \left[ \frac{2}{g}(Q_2 + \frac{2ql_2}{3})\dot{l}_2 + \frac{4}{3}\alpha \right] \dot{\Phi}_4 + \frac{4}{3}Kl_2\Phi_4 = (Q_2 + \frac{2ql_2}{3})(1 - \frac{\ddot{l}_2}{g}), \\ & l_1 = l_{01} + \varphi_3 r; \quad l_2 = l_{02} - \varphi_6 r. \end{aligned} \quad (11)$$

Полученная система нелинейных уравнений описывает динамические процессы во всех упругих элементах подъемной установки как в едином комплексе и может быть применена для исследования динамических нагрузок как в упругих элементах подъемной машины, так и в канатах в любой период цикла подъема.

В дальнейшем для исследования полученной системы уравнений ограничимся рассмотрением основного тона колебаний канатов, то есть в формуле (7) положим  $\Phi_2 = \Phi_4 = 0$ . Кроме того, приведем массы направляющих шкивов к массе соответствующих барабанов. Такое приведение будет тем справедливее, чем меньше массы шкивов и жестче связи, соединяющие их с машиной. Как показали исследования [1–3], исключение из схемы масс направляющих шкивов и соответствующее их приведение не вносит существенной погрешности, так как в реальных установках массы направляющих шкивов обычно на два порядка меньше маховых масс машины.

При этом упрощенная расчетная схема двухбарабанной подъемной установки принимает вид, представленный на рис. 3.

С учетом этих замечаний система уравнений (10) приобретает вид:

$$\begin{aligned} & I_1\ddot{\Phi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1(t), \\ & I_2\ddot{\Phi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0, \\ & I_3\ddot{\Phi}_3 - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) = Q \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_1 + \dot{l}_1\dot{\Phi}_1 + l_1\ddot{\Phi}_1) \right] R + \\ & + ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_1 + \dot{l}_1\dot{\Phi}_1 + \frac{1}{2}l_1\ddot{\Phi}_1 \right) \right] R - M_3(t), \\ & I_4\ddot{\Phi}_4 - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) = -Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g}(\ddot{l}_2 + \dot{l}_2\dot{\Phi}_3 + l_2\ddot{\Phi}_3) \right] R - \\ & - ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_2 + \dot{l}_2\dot{\Phi}_3 + \frac{1}{2}l_2\ddot{\Phi}_3 \right) \right] R - M_4(t), \\ & \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{3} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 = \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \left( 1 - \frac{\ddot{l}_1}{g} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 = \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{\ddot{l}_2}{g} \right).$$

К этим уравнениям также следует присоединить уравнения нестационарных связей:

$$\begin{aligned} l_2 &= l_{02} - \varphi_4 R; \\ l_1 &= l_{01} + \varphi_3 R. \end{aligned} \quad (13)$$

Под  $I_1$  и  $C_{12}$  следует понимать приведенный момент инерции ротора двигателя и приведенную жесткость вала на участке ротор-редуктор к оси коренного вала.

Полученная система уравнений была положена в основу дальнейших исследований динамики двухбарабанных подъемных машин.

### **Дифференциальные уравнения динамики однобарабанных подъемных установок.**

Если предположить, что жесткость коренного вала на участке между барабанами эквивалентной схемы рис.1 бесконечна (рис.2), то уравнения (10) совместно с условиями (4) для однобарабанной подъемной машины, согласно принятых обозначений, запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\Phi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) &= M_1(t), \\ I_2 \ddot{\Phi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - iC_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) &= 0, \\ I_3 \ddot{\Phi}_3 - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + K_1 R(\varphi_3 R - \varphi_4 r) + K_2 R(\varphi_3 R - \varphi_5 r) &= -M_3(t), \\ I_4 \ddot{\Phi}_4 + K_1 r(\varphi_3 R - \varphi_4 r) &= Q_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + l_1 \ddot{\Phi}_1 + 2l_1 \dot{l}_1 \dot{\Phi}_2 + l_1^2 \ddot{\Phi}_2) \right] r + \\ &+ ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + \frac{1}{2} l_1 \ddot{\Phi}_1 + 2l_1 \dot{l}_1 \dot{\Phi}_2 + \frac{2}{3} l_1^2 \ddot{\Phi}_2 \right) \right] r, \\ I_5 \ddot{\Phi}_5 - K_2 r(\varphi_3 R - \varphi_5 r) &= -Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + l_2 \ddot{\Phi}_3 + 2l_2 \dot{l}_2 \dot{\Phi}_4 + l_2^2 \ddot{\Phi}_4) \right] r - \\ &- ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + \frac{1}{2} l_2 \ddot{\Phi}_3 + 2l_2 \dot{l}_2 \dot{\Phi}_4 + \frac{2}{3} l_2^2 \ddot{\Phi}_4 \right) \right] r, \\ \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{3} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} \left( Q_1 + \frac{5ql_1}{12} \right) \ddot{\Phi}_2 + \\ &+ l_1 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \dot{l}_1 + \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + l_1 K\Phi_2 = \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{\ddot{l}_1}{g} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{5ql_1}{12} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g} \left( Q_1 + \frac{8ql_1}{15} \right) \ddot{\Phi}_2 + \\
& + l_1 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) \dot{l}_1 + \frac{4}{3} \alpha \right] \dot{\Phi}_2 + \frac{4}{3} Kl_1 \Phi_2 = \left( Q_1 + \frac{2ql_1}{3} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_1}{g} \right), \\
& \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g} \left( Q_2 + \frac{5ql_2}{12} \right) \ddot{\Phi}_4 + \\
& + l_2 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \dot{l}_2 + \alpha \right] \dot{\Phi}_4 + Kl_2 \Phi_4 = \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_2}{g} \right), \\
& \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{5ql_2}{12} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 + \frac{l_2^2}{g} \left( Q_2 + \frac{8ql_2}{15} \right) \ddot{\Phi}_4 + \\
& + l_2 \left[ \frac{2}{g} \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) \dot{l}_2 + \frac{4}{3} \alpha \right] \dot{\Phi}_4 + \frac{4}{3} Kl_2 \Phi_4 = \left( Q_2 + \frac{2ql_2}{3} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_2}{g} \right).
\end{aligned}$$

К уравнениям (14) следует присоединить уравнения связей:

$$\begin{aligned}
l_1 &= l_{01} + \varphi_4 R; \\
l_2 &= l_{02} - \varphi_5 R.
\end{aligned} \tag{15}$$

В целях упрощения системы (14) примем те же предположения, как и при упрощении системы (12).

Упрощенная расчетная схема однобарабанной установки показана на рис. 4.

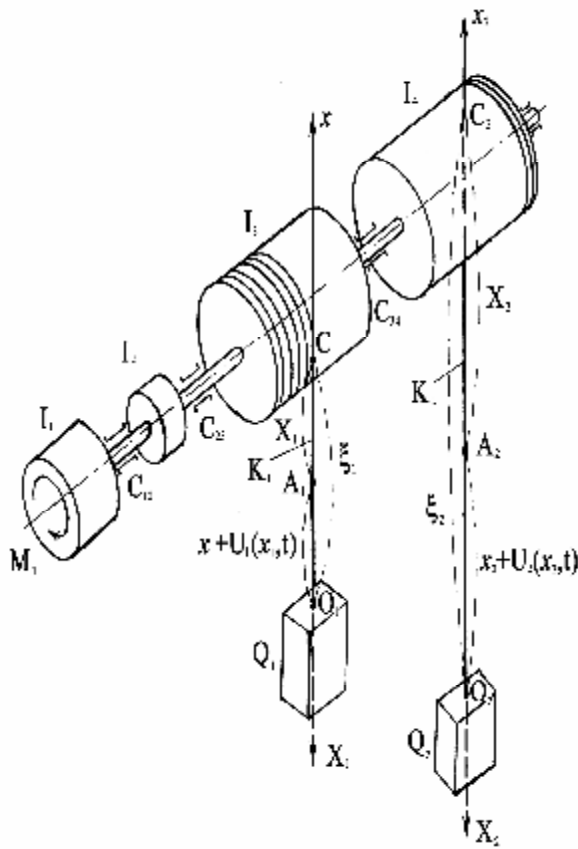
В результате несложных преобразований получим систему пяти нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned}
I_1 \ddot{\Phi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1(t), \\
I_2 \ddot{\Phi}_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0, \\
I_3 \ddot{\Phi}_3 - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) &= Q_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + \dot{l}_1 \ddot{\Phi}_1) \right] R + \\
& + ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\Phi}_1 + \frac{1}{2} \dot{l}_1 \ddot{\Phi}_1 \right) \right] R - Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + \dot{l}_2 \ddot{\Phi}_3) \right] R - \\
& - ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\Phi}_3 + \frac{1}{2} \dot{l}_2 \ddot{\Phi}_3 \right) \right] R - M_3(t), \\
\frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{3} \right) \ddot{\Phi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_1 + K\Phi_1 &= \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_1}{g} \right), \\
\frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) \ddot{\Phi}_3 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) + \alpha \right] \dot{\Phi}_3 + K\Phi_3 &= \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}_2}{g} \right).
\end{aligned} \tag{16}$$

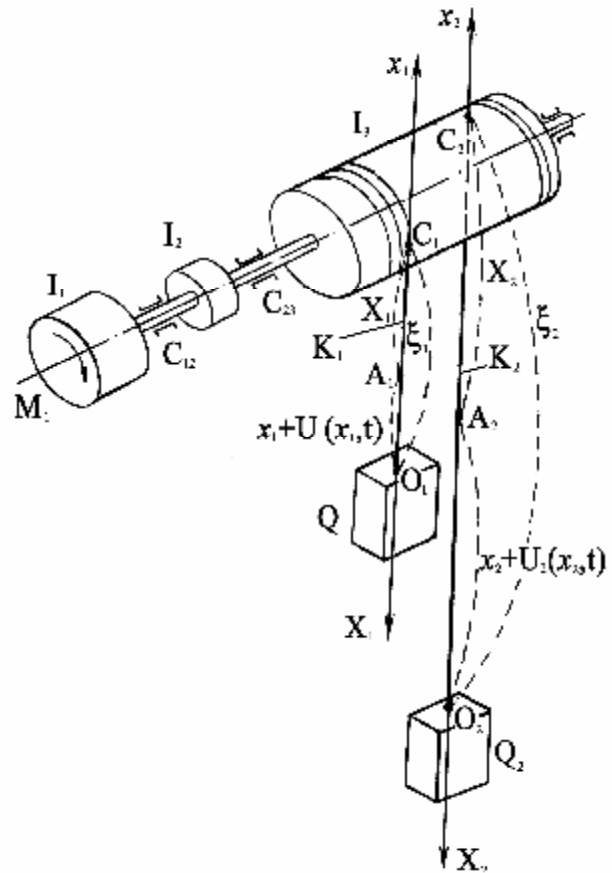
К этим уравнениям присоединяем уравнения нестационарных связей

$$l_1 = l_{01} + \varphi_3 R;$$

$$l_2 = l_{02} - \varphi_3 R. \quad (17)$$



**Рис. 3. Упрощенная расчетная схема двухбарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов**



**Рис. 4. Упрощенная расчетная схема однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов**

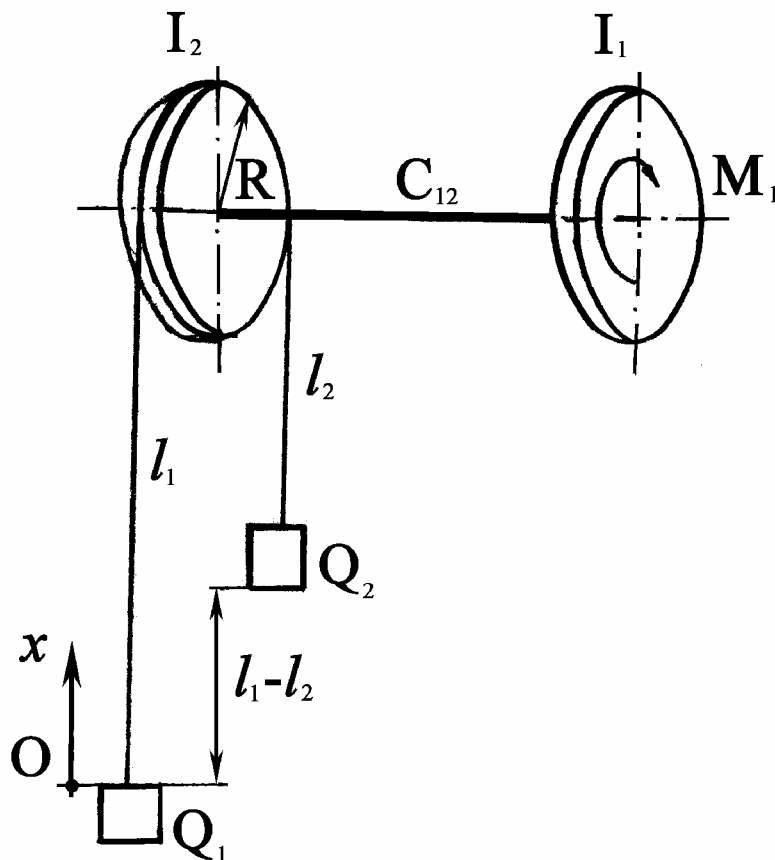
Полученные системы уравнений (14-15), а также (16-17), описывают динамику однобарабанной подъемной установки с учетом весомых упруговязких переменных длин канатов.

Уравнения динамики двухбарабанных подъемных установок (12) и (13) приемлемы для исследования динамики однобарабанных подъемных установок с разрезным барабаном, однако следует учесть, что в период движения, когда неподвижная и переставная части барабана соединены между собой навитым канатом, приведенная жесткость  $C_{34}$  определяется крутильной жесткостью каната.

В случае одноконцевого подъема в уравнениях динамики подъемных установок следует положить вес одного из концевых грузов, переменную длину каната, на котором подвешен этот груз, а также его относительную деформацию равными нулю ( $Q = 0$ ;  $l = 0$ ;  $\Phi = 0$ ).

В настоящее время в нашей стране и за рубежом в целях простоты и надежности в автоматическом управлении, долговечности и снижения ка-

питательных затрат проявляется тенденция к созданию безредукторных подъемных установок. Механическая модель такой подъемной установки изображена на рис. 5.



**Рис. 5. Расчетная схема однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов**

Динамика этой установки описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 I_1 \ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1(t), \\
 I_2 \ddot{\varphi}_2 - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= Q_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1 + l_1 \ddot{\varphi}_1) \right] R + \\
 + ql_1 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_1 + \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} l_1 \ddot{\varphi}_1 \right) \right] R - Q_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} (\ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\varphi}_2 + l_2 \ddot{\varphi}_2) \right] - \\
 - ql_2 \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \ddot{l}_2 + \dot{l}_2 \dot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} l_2 \ddot{\varphi}_2 \right) \right] R - M_2(t), \\
 \frac{l_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{3} \right) \ddot{\varphi}_1 + \left[ \frac{\dot{l}_1}{g} \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\varphi}_1 + K\varphi_1 &= \left( Q_1 + \frac{ql_1}{2} \right) \left( 1 - \frac{\ddot{l}_1}{g} \right), \\
 \frac{l_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{3} \right) \ddot{\varphi}_2 + \left[ \frac{\dot{l}_2}{g} \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) + \alpha \right] \dot{\varphi}_2 + K\varphi_2 &= \left( Q_2 + \frac{ql_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{\ddot{l}_2}{g} \right),
 \end{aligned} \tag{18}$$

с уравнениями нестационарных связей

$$\begin{aligned}l_1 &= l_{01} + \varphi_2 R; \\l_2 &= l_{02} - \varphi_2 R.\end{aligned}\tag{19}$$

Небезынтересно отметить, что уравнение движения подъемной установки как абсолютно жесткой системы, полученное впервые академиком М.М. Федоровым, можно получить из системы уравнений (10), если соответственно все жесткости принять бесконечно большими, т.е.  $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n$ ,  $\Phi_K = 0$ , ( $K = 1, 2, 3, 4$ ) и сложить первые шесть уравнений.

Тогда в наших обозначениях будем иметь следующее уравнение:

$$M = (Q_1 - Q_2)R - qR^2\varphi - q(l_{01} - l_{02})R - \left\{ I + \frac{[Q_1 + Q_2 + q(l_{01} - l_{02})]R^2}{g} \right\} \ddot{\varphi},$$

где  $I = \sum I_K$  - момент инерции,  $M_1(t) - M_2(t) = M$  - момент движущих сил.

### **Движущие силы подъемной установки.**

Подъемная установка приводится в движение электродвигателем переменного или постоянного тока. В приводе постоянного тока, как правило, применяется система ГД. В приводе переменного тока наибольшее распространение получил асинхронный двигатель с фазовым ротором (95 % подъемов), произведенный в нашей стране, включаемый по различным схемам.

С точки зрения динамических процессов в механической части установки наиболее неблагоприятен асинхронный двигатель с контакторным запуском на металлических сопротивлениях, т.к. включение и переключение ступеней сопротивлений обуславливают скачкообразное приложение внешнего возмущения (движущего момента).

Наиболее характерным показателем динамических качеств механической системы является первый максимум упругих колебаний, возникающих в упругой связи в результате внешнего возмущения.

В связи с этим наиболее интересно в задачах динамики рассматривать систему с асинхронным приводом.

Будем во всех исследованиях полагать, что движущий момент электродвигателя за время  $1/4$  периода колебаний самого низкого тока остается постоянным (т.е. за время нарастания динамической нагрузки до первого максимума можно воспользоваться статическими механическими характеристиками двигателя).

С достаточной для инженерной практики точностью можно полагать, что в интервале переключений рабочие участки пусковых характеристик прямолинейны.

Для абсолютно жесткой системы это обуславливает экспоненциальную зависимость динамической составляющей момента подъемного двигателя во времени:

$$M = M_0 e^{-r_n t},\tag{20}$$

где  $M_{\partial} = M_1 + M_3 - QR(1 \pm \delta)$  - избыточный или ускоряющий момент двигателя;  $\delta$  - степень статической неуравновешиваемости системы;  $r_n$  - параметр реостатной характеристики.

Обычно параметр реостатной характеристики равен:

$$r_n = 0,1 \div 0,5.$$

Пуск асинхронного двигателя создает неперриодическое воздействие на систему. Наиболее близким к действительности будет случай, когда избыточный момент двигателя в функции скорости меняется по прямой. Уравнение прямой в координатах  $(M, \dot{\phi})$  дает возможность выразить изменение момента в виде:

$$M = M_{\partial} \left( 1 - \frac{\dot{\phi}}{\dot{\phi}_c} \right), \quad (21)$$

где  $\dot{\phi}_c$  - синхронная скорость двигателя.

Помимо активных движущих сил на систему действуют силы поднимаемого груза, силы веса неуравновешенных участков каната. Момент двигателя должен обеспечить заданную тахограмму подъема с учетом всех внешних силовых факторов, действующих на элементы подъемной установки. Для этого расчет двигателя и станции роторных сопротивлений осуществляется, исходя из предположения об абсолютных жесткостях всех элементов установки по известной методике.

В дальнейшем при исследовании динамических процессов в упругих звеньях установки будем полагать, что момент двигателя обеспечивает заданное (среднее) ускорение движущегося груза в соответствии с тахограммой подъема.

### Выводы

1. Составлены системы дифференциальных уравнений, описывающие динамику подъемных установок различных конструкций механических устройств для производства гидропонной продукции.

2. Дальнейшее решение полученных систем дифференциальных уравнений позволит определить как динамические усилия в упруго-вязких канатах переменной длины, так и момент сил упругости в валах машины. Более того, эти уравнения в целом применимы для решения других задач синтеза подъемных установок.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. – М.: Машгиз, 1969.
2. Глушко Я.М. Динамические усилия в подъемных канатах переменной длины. – Труды МакНИИ, 1969.
3. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. – К.: Изд-во АН УССР, 1962.