

УДК 515.2

**УТВОРЕННЯ ЛІНІЙЧАТИХ ПОВЕРХОНЬ
ТВІРНОЮ ПОСТІЙНОЇ ДОВЖИНИ**

В.П.Табацков, кандидат технічних наук, доцент

І.В.Балицький, старший викладач

А.П.Бойко, асистент

Миколаївський державний аграрний університет

Рух відрізка постійної довжини в просторі може бути задано ковзанням його кінців по двом просторовим напрямним. При цьому утворюються лінійчаті поверхні різноманітної форми в залежності від виду напрямних.

У даній роботі здійснено визначення виду цих поверхонь аналітичним і графічним методами.

Аналітичний метод полягає в тому, що рух відрізка задається ковзанням по двом напрямним:

$$I P \begin{cases} \dot{x}_0 = x(j), \\ \dot{y}_0 = y(j), \\ \dot{z}_0 = z(j) \end{cases} \quad \text{та} \quad I P \begin{cases} \dot{x}_1 = x(y), \\ \dot{y}_1 = y(y), \\ \dot{z}_1 = z(y). \end{cases} \quad (1)$$

При цьому рівняння поверхні, що проходить через обидві криві має вигляд:

$$Z = XW(AX + BY + CZ) + YV(AX + BY + CZ), \quad (2)$$

де $W = W(j)$, $V = V(y)$.

Якщо припустити, що $AX + BY + CZ = U$, то рівняння (2) приймає вигляд:

$$Z(j) = X(j)WU + Y(j)VU. \quad (3)$$

Завдяки тому, що криві (1) є складовою частиною поверхні (3), можна записати:

$$Z(j) = X(j)WU + Y(j)VU;$$

$$Z(y) = X(y)WU + Y(y)VU. \quad (4)$$

Виключаючи із рівнянь (3)-(4) параметри V, U, W , одержимо:

$$\begin{aligned} X(Z_0 Z_1 Y_0 - Y_1 Z_0^2) + Y(Z_0^2 X_1 - Z_0 Z_1 X_0) + \\ + Z(Z_0 X_0 Y_1 - Z_0 X_1 Y_0) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Постійність довжини відрізка виражаємо умовою:

$$\begin{aligned} \frac{X - X_0}{X_1 - X_0} = \frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} = \frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0}, \\ \frac{1}{2} l^2 = (X_0 - X_1)^2 + (Y_0 - Y_1)^2 + (Z_0 - Z_1)^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Виключаючи із рівнянь (1),(5),(6) і рівняння прямої, що проходить через дві задані точки, параметри u і j , отримаємо шукане рівняння поверхонь у змінних X, Y, Z , у яких твірна має постійну довжину L .

Графічно цю задачу можна вирішити двома способами:

а) Задано дві направляючі $g(g_1; g_2)$ і $b(b_1; b_2)$ (рис. 1).

Нехай твірна AB , що ковзає своїми кінцями A і B по g і b , має задану довжину 1. Якщо припустити, що центр A сфери ($R = 1$) переміщується по кривій, то точки перетину кривої b зі сферою визначає положення кінця відрізка B . Використовуючи методи нарисної геометрії, знаходимо точки перетину кривої b зі сферою в кожний з моментів руху центра сфери. Сімейство радіусів сфери ($R = 1$) від центра A , що рухається, до точок перетину кривої з поверхнями b визначає лінійчату поверхню з постійною довжиною твірної.

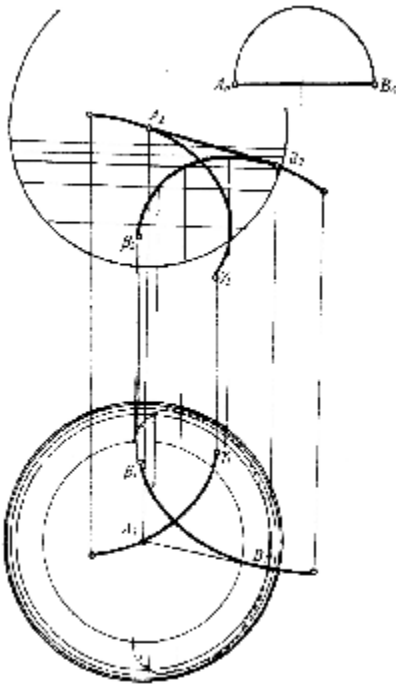


Рис. 1

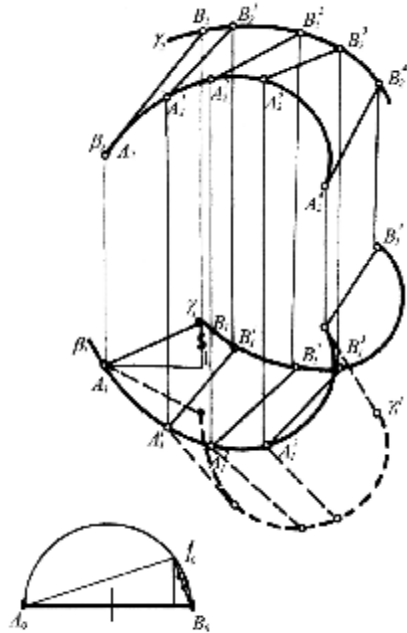


Рис.2

б) Задано твірну $b(b_1; b_2)$, напрямну і одну проекцію g_2 (рис. 2). Переміщаючи фронтальну проекцію відрізка АВ довільним чином, ми знаходимо горизонтальну проекцію цього відрізка наступним шляхом:

- на півколі $d=AB$ із точки А робимо засічку циркулем і знаходимо різницю координат точок А і В відносно площини Π_2 ;
- по лінії зв'язку проекції В2 відкладемо різницю координат точок А і В від точки А1*. Таким чином, ми визначили горизонтальну проекцію В твірної АВ. Сімейство отриманих твірних визначає шукану поверхню.

Приклад. Нехай фронтальні проекції твірних представлені у вигляді півкола $1_2 4_2 7_2$ і прямою $1'_2 7'_2$ (рис.3), а горизонтальна

проекція $1_1 4_1 7_1$ у вигляді еліпса. Побудуємо горизонтальну проекцію поверхні, якщо твірна дорівнює 1 і ковзає своїми кінцями, залишаючись паралельною профільній площині проєкцій.

На рис. 3 легко прослідкувати за графічною побудовою ортогональних проєкцій шуканої поверхні.

Побудовані в такий спосіб поверхні володіють тією важливою властивістю, що сконструйовані по їх типу перекриття чи каркаси будуть складатися з балок визначеної довжини, що дуже важливо в техніці і будівництві, зокрема в сільськогосподарському будівництві (рис.4).

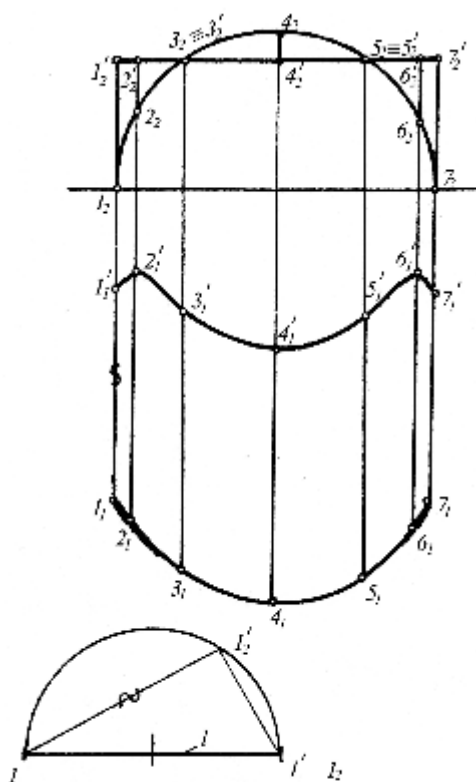


Рис.3

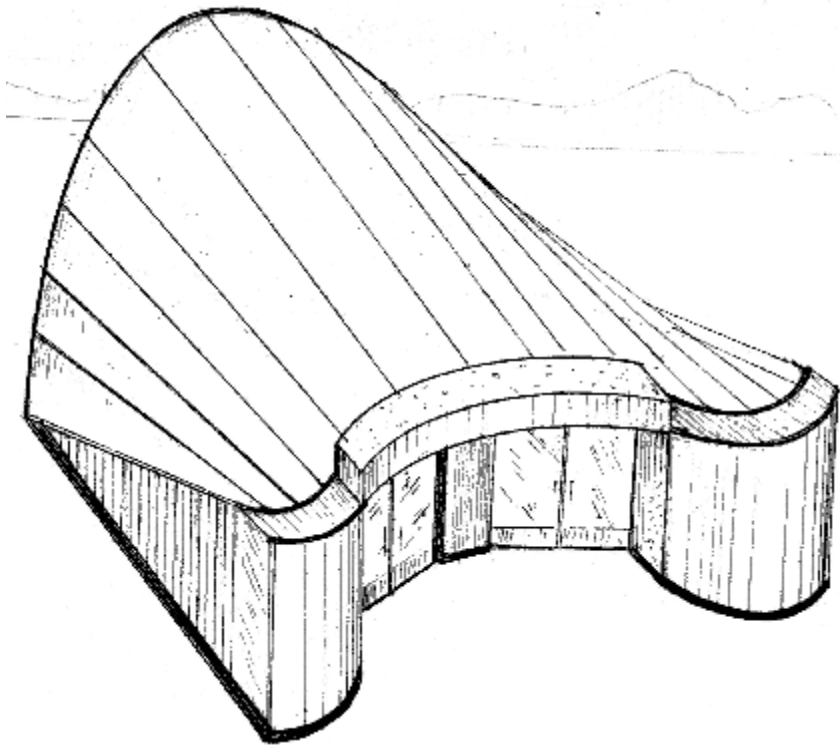


Рис. 4.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бубеников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия. -М.: "Высшая школа", 1988.
2. Гордон В.О., Семенов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.- М.: "Наука", 1988.
3. Калінівська та інші. Нарисна геометрія. -К.: НМКВО, 1990.