УДК 612.914

КІНЕМАТИКА ЦЕНТРОЇДНИХ МЕХАНІЗМІВ, ЯКІ НАПРАВЛЯЮТЬ ІНСТРУМЕНТ ПО ДУЗІ ОКРУЖНОСТІ

В.П. Табацков,
А.П. Бойко,
Е.Г. Бергер

В сучасному машинобудуванні усе частіше ставляться вимоги до створення машин — автоматів багатопрограмного типу, тобто машин, які дозволяють виконувати технологічні процеси в різних варіантах програм. Це потребує створення таких кінематичних схем механізмів, які дозволяють — шляхом простого їх переобладнання — отримувати різні закони виконавчих механізмів в межах границь, які встановлені структурою і кінематикою перерообладненних механізмів. Найбільш ваажливу роль в рішенні питання збільшення продуктивності праці грає автоматизація виробничих процесів, але, якщо враховувати, що виконавчим органом автоматичного пристрою є той же механізм, то стане ясною актуальність задачі про широке впровадження в виробничі процеси різноманітних існуючих механізмів.

Відомо, що обробка деталей на копіювальних верстатах вимагає попереднього виготовлення копірів, які в процесі обробки виробу можуть бути нерухомими, здійснювати поступальний, обертальний і складний рухи. На практиці замість копіра можуть бути використані механізми, у яких ведомі ланки мають різні траєкторії. Якщо з такою ланкою з'єднати виріб або різець, то в відносному русі ми отримаємо профіль виробу. Такі механізми, які використовуються в якості напрямних робочих органів верстатів, називаються механізмами-побудувачами. Широке використання побудувачів обмежено тим, що недостатньо вивчені траєкторії, які можна отримати за допомогою механізмів, які використовуються для цієї мети. Механізми — побудувачі знаходять використання також в точних приладах та лічильно-вирішальних пристроях для одержання різноманітних функціональних залежностей.

1. Поставимо задачу в такий спосіб. Нехай довільно задана

рухома центроїда ЦП виражена полярним рівнянням

$$\rho = \rho(\varphi) \tag{1}$$

Визначимо ЦН таким чином, щоб перекочування по ній (без ковзання) рухомої центроїди ЦП полюс останньої переміщався по окружності. Рівняння ЦН визначимо також у полярній формі $\delta = \delta(\alpha)$.

Рішення поставленої задачі випливає з наступних міркувань.

По-перше, рухома і нерухома центроїди мають загальну дотичну (рис.1а), тобто величину кута μ можна визначити з виразів:

$$tg\mu = \frac{\rho(\varphi)}{\rho'(\varphi)}$$ (як кут дотичної до рухомої центроїди),

$$tg\mu = \frac{\delta(\alpha)}{\delta'(\alpha)}$$ (як кут дотичної до нерухомого центроїди).

А , значить,

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\delta}{\delta'}. \tag{2}$$

По-друге, з рівності дуг $Ц_П$ і $Ц_Н$, що обумовлюють їхнє перекочування без ковзання, випливає вираз

$$\sqrt{\rho'^2 + \rho^2}\,d\varphi = \sqrt{\delta^2 + \delta'^2}\,d\alpha$$

З останнього визначаємо α як функцію від φ

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2}}{\sqrt{\delta^2 + \delta'^2}} \tag{3}$$

Тому що $\delta = R - \rho$ (це випливає з рис.1а), а $\delta' = \frac{(R - \rho)\rho'}{\rho}$ (на підставі рівності (2)), вираз (3) перетвориться до виду:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\rho}{(R - \rho)} \qquad (4)$$

Рис.1

Та, остаточно , маємо

$$\alpha = \int \left(\frac{\rho}{(R - \rho)} \right) d\varphi \qquad (5)$$

У результаті нерухома центроїда цілком визначена графоаналітично системою рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \delta &= R - \rho(\varphi), \\ \alpha &= \int \left(\frac{\rho}{(R - \rho)} \right) d\varphi. \end{aligned} \qquad (6)$$

Розглянута задача знаходить широке практичне застосування в синтезі механізмів некруглих фрикційних і зубчастих коліс. Дійсно знайдені з рівнянь (1) і (2) некруглі профілі $Ц_П$ і $Ц_Н$ можуть бути закріплені в точках O та C шарнірно (рис.1*б*) для забезпечення заданих законів руху, тобто перетворені в кулачки. Одержуємо, що при рівномірному обертанні кулачка $Ц_H$ кулачок $Ц_П$ буде обертатися по деякому складному законі, обумовленому з рівнянь (6).

2. Раніше нами розглядалося питання визначення центроід по заданому законі руху, коли відрізок довжиною l сковзав своїми кінцями по двох напрямних .

Досліджуємо той випадок, коли одна з напрямних представлена у виді прямої $Y=c$, (рис.2а) а інша є довільною кривою, записаною в параметричній формі

$$\begin{aligned} X &= X(\varphi), \\ Y &= Y(\varphi). \end{aligned} \tag{7}$$

Після деяких перетворень ми знайдемо рівняння $Ц_П$ і $Ц_H$ у виді

$$Ц_H \Rightarrow \begin{cases} X_\rho = x + \sqrt{l^2 - (c-y)^2} \\ Y_\rho = \dfrac{y'}{x'}\left(\sqrt{l^2 - (c-y)^2} + y\right) \end{cases}$$

$$Ц_П \Rightarrow \begin{cases} \xi = l - \left(\dfrac{c-y}{l}\right)\left[c - y - \dfrac{y'}{x'}\sqrt{l^2-(c-y)^2}\right] \\ \eta = \dfrac{1}{l}\sqrt{l^2-(c-y)^2}\left[c - y - \dfrac{y'}{x'}\sqrt{l^2-(c-y)^2}\right] \end{cases} \tag{8}$$

3. Визначимо центроіди в тому випадку, коли закон руху заданий переміщенням одного з кінців відрізка по окружності $\rho=R$, а іншого по довільній направляючій (рис.2б) виду $X=x(t)$, $Y=y(t)$.

Записуючи координати миттєвого центра обертання P щодо нерухомої системи координат, знайдемо рівняння $Ц_H$ у параметричній формі

$$X = -\frac{yx' - xy'}{x'tg\varphi - y},$$
$$Y = \frac{\sin\varphi\cos\varphi\left(yx' - xy'\right)}{x'tg\varphi - y'}. \qquad (9)$$

при $\varphi = \dfrac{arctg\, 2\left[y + \sqrt{y^2 - x^2 + A^2}\left(X + A\right)\right]}{\left(X + A\right)^2 + \left(\sqrt{y^2 - x^2 + A^2} + y\right)^2}$,

де $A = \dfrac{x^2 + y^2 + R^2 - l^2}{2R}$.

Рівняння рухомої центроіди одержимо, якщо запишемо координати миттєвого центра обертання щодо рухомої системи $\xi\mu\eta$

$$\xi = R\cos\varphi + x\cos\mu - y\sin\mu,$$
$$\eta = R\sin\varphi + x\sin\mu - y\cos\mu, \qquad (10)$$

де $tg\mu = \dfrac{\left(x\sin\varphi - y\cos\varphi\right)\left(R\cos\varphi - x\right)}{\left(R\sin\varphi - y\right)\left(x\sin\varphi + y\cos\varphi\right)}$.

4. Нехай один кінець відрізка переміщається по прямої $Y = c$, а іншої по окружності (рис.2*в*), параметричні рівняння якої $X = R\cos\varphi,\ \ Y = R\sin\varphi$.

Знайдемо центроіди, за допомогою яких можна було б реалізувати заданий закон руху.

Якщо записати координати м.ц.о. Р (рис..2в) щодо рухомої системи $\xi\mu\eta$, одержимо рухому центроіду у вигляді

$$\eta = \frac{c - R\sin\varphi}{l}\sqrt{l^2 - (c - R\sin\varphi)^2} +$$
$$+ \frac{tg\varphi}{l}\left[(c - R\sin\varphi)^2 - l^2\right],$$
$$\xi = \frac{ctg\varphi}{l}\Big[c - R\sin\varphi\sqrt{l^2 - (c - R\sin\varphi)^2} + \qquad (11)$$
$$+ tg\varphi\left[(c - R\sin\varphi)^2 - l^2\right]\Big].$$

Рис.2

Координати м.ц.о. щодо нерухомої системи координат виразяться рівняннями:

$$X = \sqrt{l^2 - (c - R\sin\varphi)^2} - R\cos\varphi,$$
$$Y = tg\varphi\sqrt{l^2 - (c - R\sin\varphi)^2} - R\sin\varphi. \qquad (12)$$

Таким чином, закріпивши певним чином відрізок на рухомій центроіді ЦП (11) , можна при перекочуванні (без ковзання) останньої по нерухомій центроіді ЦН (12), відтворити одночасно рулету – пряму і рулету – окружність.

ЛІТЕРАТУРА

1.Геронимус Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов. Изд-во “ Физ-мат” , Москва, 1962г.

2. Теория геометрического и механического образования плоских кривых методами кинематической геометрии. Канд. диссертация, Киев, 1976г.