УДК 621.873

Оптимізація перехідних режимів руху кранового візка за інтегральним критерієм квадрату різниці швидкостей візка і вантажу

В.С. Ловейкін, доктор технічних наук
Ю.О. Ромасевич, аспірант
Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ

Наведено спосіб вирішення проблеми усунення коливань вантажу під час пуску візка крана. Критерієм оптимізації перехідного режиму слугує квадратична різниця швидкостей візка і вантажу. Дається аналіз отриманих результатів та визначаються перспективи подальших досліджень за даною методикою.

Обґрунтування проблеми. Відомо, що під час роботи кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух вантажопідйомних механізмів, вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи, створюють незручності в процесі їх експлуатації, а також збільшують ризик виникнення аварійних ситуацій [1]. Вирішення проблеми демпфірування коливань вантажу на гнучкому підвісі дасть змогу ефективніше експлуатувати кранове обладнання.

Аналіз досліджень і публікацій. Останні дослідження, присвячені даній проблемі, ґрунтуються на використанні математичних теорій оптимальних процесів (принцип максимуму, динамічне програмування, варіаційне числення). Необхідно також звернути увагу на те, що сучасні способи усунення коливань вантажу пропонується реа: ізовувати з допомогою певної керуючої дії на крановий візок під час перехідних режимів його руху (розгін, гальмування) при використанні високошвидкісних ЕОМ (бортових комп’ютерів).

Для усунення коливань вантажу пропонується використати принцип максимуму [2–4]. При цьому перехідні процеси руху кранового візка проходять якнайшвидше. Керуючим параметром є момент на валу двигуна, який має релейних характер зміни, що значно збільшує динамічні зусилля, діючі на кранові механізми.

Використання нечіткої логіки дозволяє вирішити задачу усунення коливань за допомогою спеціальних Fuzzy-контролерів [5, 6]. Але такі способи усунення коливань вимагають відносно тривалого процесу регулювання коливань, що знижує продуктивність перевантажувальних робіт.

Плавну зміну кінематичних та динамічних характеристик кранового візка з вантажем на гнучкому підвісі з одночасним демпфіруванням коливань вантажу можна отримати за допомогою використання теорії варіаційного числення, як це нами вже повідомлялося [7].

Метою даного дослідження є синтез керуючої дії на візок, за якої би коливання вантажу усувалися протягом перехідних режимів. Відповідно до мети ставляться такі задачі досліджень: 1) обґрунтувати критерій, за яким буде проводитись оптимізація режиму руху візка; 2) для обраного критерію синтезувати закони керування рухом візка; 3) проаналізувати отримані результати та запропонувати шляхи подальших досліджень у напряму оптимізації режимів руху кранового візка.

Виклад основного матеріалу. Для проведення досліджень використано двомасову динамічну модель (рис. 1), побудова якої передбачає такі припущення [4]:

♦ підвішений вантаж, подібний до вільно висячого маятника;

♦ вагою тягового елемента нехтуємо;

♦ припускаємо поперечні коливання вантажу порівняно з повздовжніми коливаннями незначними та їх дію не враховуємо.

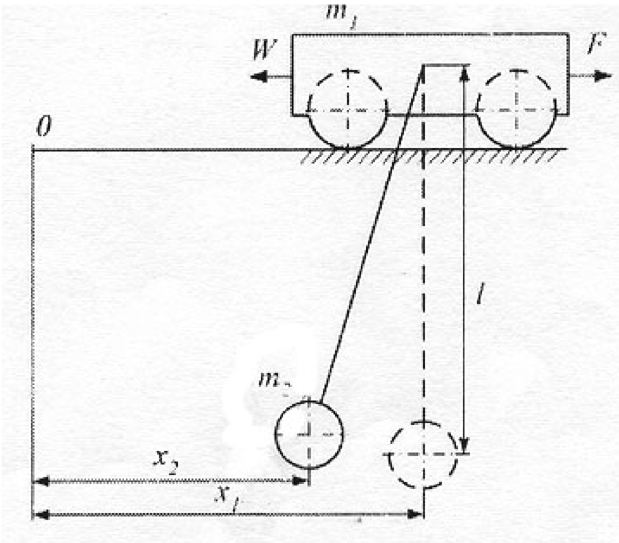

Рис. 1. Розрахункова модель системи “візок–вантаж"

Рух наведеної розрахункової системи (рис. 1) описуємо системою диференціальних рівнянь (крапка над символом означає диференціювання за часом)

$$\begin{cases} m_2\ddot{x}_2 + \dfrac{m_2 g}{l}(x_2 - x_1) = 0; \\ m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 = F_p - W sign\dot{x}_1, \end{cases} \qquad (1)$$

де m_1 – маса вантажного візка; m_2 – маса вантажу; x_1, x_2 – координати центрів мас відповідно візка і вантажу під час руху; g – прискорення вільного падіння; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; F_p – привідне (тягове або гальмівне) зусилля, що діє на візок; W – сила опору переміщення, що діє на візок.

Для усунення коливань вантажу необхідно використовувати інтегральні критерії з підінтегральними виразами не нижче четвертого порядку [8].

Умовою мінімуму критеріїв четвертого порядку є рівняння Ейлера-Пуассона [9] восьмого порядку, для розв’язання якого необхідно використати вісім крайових умов. Синтез законів руху візка, за яких усуваються коливання вантажу, може бути здійснений при використанні мінімальної кількості крайових умов, рівних семи. Синтез законів руху візка за критерієм третього порядку (за умови $l = const$) можна записати як

$$I = \int_0^{t_2} \Delta\dot{x}^2 dt = \left(\frac{l}{g}\right)^2 \int_0^{t_2} \dddot{x}_2^2 dt, \tag{2}$$

де Δx – різниця швидкостей візка і вантажу; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; t_2 – тривалість перехідного режиму руху візка; вимагає розв’язання рівняння Ейлера-Пуассона шостого порядку. Такий розв’язок не забезпечує одночасної рівності переміщень і швидкостей візка та вантажу в кінці перехідного режиму, тому коливання залишаються.

Для того щоб синтезувати закони руху візка за критерієм (2), умовно поділимо перехідний режим на два етапи. Для коленого етапу розв’яжемо варіаційну задачу, а “зшивку” кінематичних характеристик візка і вантажу на кінці першого і на початку другого етапу зробимо підбором крайових умов.

Для першого етапу варіаційна задача представляється у такому вигляді: мінімізувати інтегральний функціонал:

$$I_1 = \left(\frac{l}{g}\right)^2 \int_0^{t_1} \dddot{x}_2^2 dt, \tag{3}$$

де t_1 – час першого етапу руху візка з вантажем.

Умова мінімуму цього критерію є рівняння Ейлера-Пуассона

$$\overset{IV}{x_2} = 0, \tag{4}$$

яке будемо розв’язувати за таких крайових умов:

$$\begin{cases} x_2 = 0, \dot{x}_2 = 0, \ddot{x}_2 = 0, \dddot{x}_2 = 0 \text{ при } t = 0; \\ \dot{x}_2 = v_1, \ddot{x}_2 = a_1 \text{ при } t = t_1. \end{cases} \tag{5}$$

Розв’язок наведеного рівняння подається так:

$$x_{2,1} = \frac{t^4}{20t_1^4}[a_1(4t - 5t_1)t_1 + 4(-3t + 5t_1)v_1]. \tag{6}$$

Наприкінці першого етапу руху візка з вантажем координата вантажу дорівнюватиме

$$x_{2,1}(t) = \frac{t_1}{20}[8v_1 - a_1 t_1]. \tag{7}$$

Варіаційну задачу для другого етапу руху візка з вантажем можна записати як мінімізований функціонал

$$I_2 = \left(\frac{l}{g}\right)^2 \int_{t_1}^{t_2} \dddot{x}_2^2 dt. \tag{8}$$

Умова мінімуму цього критерій, е рівняння Ейлера-Пуассона (4), яке розв’язується за крайових умов

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{t_1}{20}[8v_1 - a_1 t_1],\, \dot{x}_2 = v_1,\, \ddot{x}_2 = a_1 \text{ при } t = t_1; \\ \dot{x}_2 = v,\, \ddot{x}_2 = 0,\, \dddot{x}_2 = 0 \text{ при } t = t_2. \end{cases} \tag{9}$$

Розв'язок диференціального рівняння (4) за крайових умов (9) має такий вигляд:

$$\begin{gathered} x_{2,2} = \frac{1}{20(t_1 - t_2)^4}[a_1(t_1 - t_2)\{4t^5 + 20tt_1t_2^3 + \\ + 20t^3t_2(t_1 + t_2) - 10t^2t_2^2(3t_1 + t_2) - 5t^4(t_1 + 3t_2) + \\ + t_1^2t^2(-2t_1^2 + 7t_1t_2 - 9t_2^2)\} + 4(t - t_1)^3 \times \\ \times\{3t^2 + 4tt_1 + 3t_1^2 - 10(t + t_1)t_2 + 10t_2^2\}v - \\ - 4\{3t^5 - 30t^2t_1t_2^2 + 5t(4t_1 - t_2)t_2^3 + 10t^3t_2(2t_1 + t_2) - \\ - 5t^4(t_1 + 2t_2) + t_1t_2(-2t_1^3 + 8t_1^2t_2 - 12t_1t_2^2 + 3t_2^3)\}v_1]. \end{gathered} \tag{10}$$

Зазначимо, що поставлені початкові умови системи (5) та кінцеві умови системи (9) встановлюють ті необхідні умови, за яких коливання вантажу усуваються.

Із системи рівнянь (1) знайдемо кінематичні функції руху візка, виражені через кінематичні функції руху вантажу:

$$x_1 = x_2 + \frac{l}{g}\ddot{x}_2; \tag{11}$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 + \frac{l}{g}\dddot{x}_2; \tag{12}$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 + \frac{l}{g}\overset{IV}{x}_2; \tag{13}$$

Проаналізуємо характеристики руху візка з вантажем "посередині" перехідного режиму руху візка, тобто наприкінці першого і на початку другого етапів. Шляхи, які проїхав візок у точці поділу етапів, рівні, оскільки в цій точці рівні переміщення та прискорення вантажу. Щодо швидкостей та прискорень візка, то таке твердження неправильне, оскільки не рівні ривок x_2 та швидкість зміни ривка вантажу x_2 у цій точці. Для забезпечення рівності швидкості та прискорення візка в точці поділу етапів оберемо певним чином швидкість v_1, та прискорення a_1, вантажу. Для цього необхідно розв'язати систему рівнянь, яка б встановлювала рівність нулю різниць швидкостей і прискорень візка в точці t_1:

$$\begin{cases} \dfrac{6a_1lt_1 - 12lv_1 + gt_1^2v_1}{gt_1^2} - \\ - \dfrac{6a_1l(t_1 - t_2) + 12l(v - v_1) + g(t_1 - t_2)^2v_1}{g(t_1 - t_2)^2} = 0; \\ \dfrac{18a_1lt_1 + a_1gt_1^3 - 48lv_1}{gt_1^3} - \\ - \dfrac{a_1[18l + g(t_1 - t_2)^2](t_1 - t_2) + 48l(v - v_1)}{g(t_1 - t_2)^3} = 0. \end{cases} \tag{14}$$

Розв’язок даної системи рівнянь відносно параметрів v_1, та a_1, має такий вигляд:

$$v_1=\frac{3t_1^2t_2v-2t_1^3v}{t_2^3}; \tag{15}$$

$$a_1=\frac{8(t_1v(t_2-t_1)}{t_2^3}; \tag{16}$$

Підставимо знайдені параметри у розв’язки диференціальних рівнянь для першого та другого етапів і після спрощень будемо мати:

$$x_2=\begin{cases}\dfrac{t^4v}{5t_1^2t_2^3}[(2t_1+t_2)t-5t_1t_2] \text{ при } 0\le t\le t_1;\\ \dfrac{v}{5t_1^2t_2^3}[t^4(3t+5t_1)t_2-2t^5t_1-10t^4t_2^2+t_2^3\times\\ \times(10t^3-10t^2t_1+5tt_1-t_1^3)] \text{ при } t_1\le t\le t_2.\end{cases} \tag{17}$$

Диференціювання виразів (17) та (18) за часом дає швидкість та прискорення вантажу:

$$\dot{x}_2=\begin{cases}\dfrac{t^3v}{5t_1^2t_2^3}[(2t_1+t_2)t-4t_1t_2] \text{ при } 0\le t\le t_1;\\ \dfrac{v}{(t_1-t_2)^2t_2^3}[t^3(3t+4t_1)t_2-2t^4t_1-\\ -8t^3t_2^2+t_2^3\times(6t^2-4tt_1+t_1^2)]\\ \text{при } t_1\le t\le t_2.\end{cases} \tag{18}$$

$$\ddot{x}_2=\begin{cases}\dfrac{4t^2v}{t_1^2t_2^3}[(2t_1+t_2)t-3t_1t_2]\\ \text{при } 0\le t\le t_1;\\ \dfrac{4v(t-t_2)^2}{(t_1-t_2)^2t_2^3}[3tt_1-2tt_2+t_1t_2]\\ \text{при } t_1\le t\le t_2.\end{cases} \tag{19}$$

За допомогою виразів (11–13) для першого та другого етапів знайдемо відповідні кінематичні характеристики руху візка:

$$x_1=\begin{cases}\dfrac{-t^2v}{5gt_1^2t_2^3}[gt^2\{-5t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}+\\ +20l\{-3t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}] \text{ при } 0\le t\le t_1;\\ \dfrac{v}{5g(t_1-t_2)t_2^3}[-20l(t-t_2)^2(2tt_1-3tt_2+t_1t_2)+\\ +g\{-2t^5t_1+t^4(3t+5t_1)t_2-10t^4t_2^2+\\ +t_2^3(10t^3-10t^2t_1+5tt_1-t_1^3)\}] \text{ при } t_1\le t\le t_2.\end{cases} \tag{20}$$

$$\dot{x}_1 = \begin{cases} \dfrac{-tv}{5gt_1^2t_2^3}[\,gt^2\{-4t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}+ \\ +12l\{-2t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}] \text{ при } 0\le t\le t_1; \\ \dfrac{v}{g(t_1-t_2)^2t_2^3}[-12l(t-t_2)(2tt_1-3tt_2+t_1^2)+ \\ +g\{-2t^4t_1+t^3(3t+4t_1)t_2-8t^3t_2^2+ \\ +t_2^3(6t^2-4tt_1+t_1^2)\}] \text{ при } t_1\le t\le t_2. \end{cases} \tag{21}$$

$$\ddot{x}_1 = \begin{cases} \dfrac{-4v}{gt_1^2t_2^3}[\,gt^2\{-3t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}+ \\ +6l\{-t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}] \text{ при } 0\le t\le t_1; \\ \dfrac{-4v}{g(t_1-t_2)^2t_2^3}[\,g(t-t_2)^2(2tt_1-3tt_2+t_1t_2)+ \\ +6l\{2tt_1-(3t+t_1)t_2+8t^3t_2^2+ \\ +2t_2^2\}] \text{ при } t_1\le t\le t_2. \end{cases} \tag{22}$$

Динамічне зусилля, яке діє на візок в період його розгону, описуємо такими виразами:

$$F_{дин} = \begin{cases} \dfrac{-4v}{gt_1^2t_2^3}[g(m_1+m_2)t^2\{-3t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}+ \\ +6lm_1\{-t_1t_2+t(2t_1+t_2)\}] \text{ при } 0\le t\le t_1; \\ \dfrac{-4v}{g(t_1-t_2)^2t_2^3}[\,g(m_1+m_2)(t-t_2)^2\times \\ \times(2tt_1-3tt_2+t_1t_2)+6lm_1\{2tt_1- \\ -(3t+t_1)t_2+2t_2^2\}] \text{ при } t_1\le t\le t_2. \end{cases} \tag{23}$$

Для наведених вище залежностей побудовано графіки (рис. 2–5) за таких параметрів процесу: l = 10 м, v = 1 м/с, m_1 = 1000 кг, m_2 = 1000 кг, t_2 = 3 с, t_1 = 1,5 с. Графічні залежності для кінематичних параметрів вантажу зображено штриховою лінією.

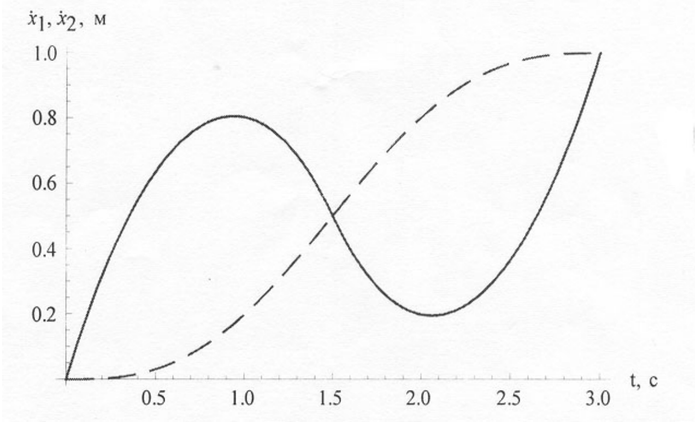

Рис. 2. Переміщення візка і вантажу

протягом розгону

Рис. 3. Швидкість візка і вантажу протягом розгону

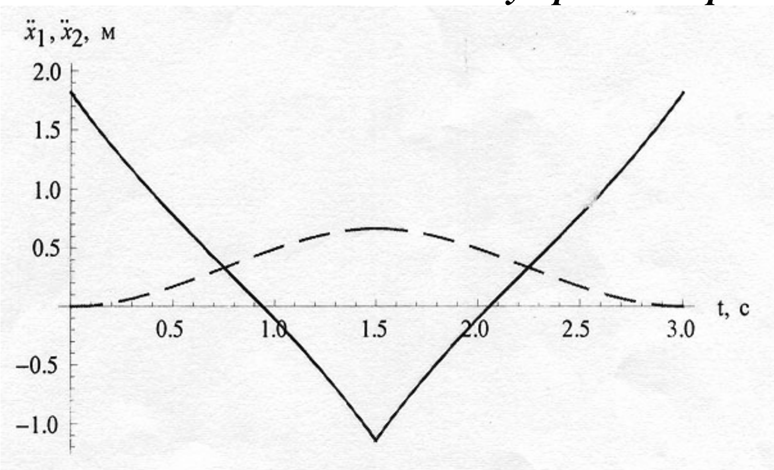

Рис. 4. Прискорення візка і вантажу протягом розгону

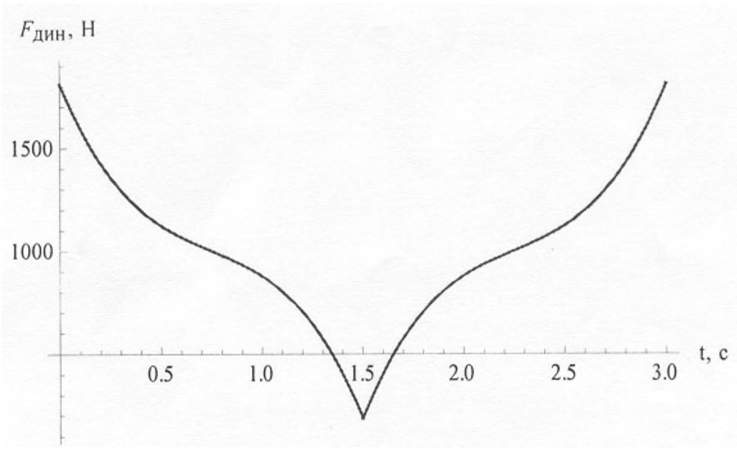

Рис. 5. Динамічне зусилля, яке діє на візок протягом розгону

Тривалість часу t_1 обрана рівною половині загальної тривалості перехідного режиму руху візка t_2. Це зумовлене тим, що при $t_1 \neq t_2 / 2$ динамічна навантаженість механізму переміщення візка збільшується за рахунок збільшення величини прискорення візка на початку або наприкінці перехідного процесу руху.

Проаналізуємо графічні залежності рис. 2 та 3 видно, що координати візка і вантажу наприкінці розгону будуть однаковими, що означає усунення коливань вантажу. Рис. 4 – візок на початку й наприкінці перехідного режиму руху має ненульові прискорення, крім того крива прискорення візка у точці поділу етапів не має плавного сполучення. Це може викликати певні труднощі під час реалізації цього закону руху на практиці.

Крива динамічного зусилля має ненульові значення на початку та в кінці руху візка, а також крутий перегин в точці t_1. Реалізувати такий закон зміни зусилля можливо з використанням частотного перетворювача з векторним керуванням. Однак динамічні навантаження в приводній лінії механізму візка будуть значними.

Перспективи подальших досліджень у напряму розвитку даної методики полягають у збільшенні кількості умовних етапів руху візка з використанням різних критеріїв. Це дасть змогу, наприклад, плавно розігнати візок до деякої малої швидкості, далі змінювати його швидкість так, щоб відхилення вантажу від вертикалі було мінімальним та завершити розгін плавним “виведенням" візка на номінальну швидкість.

Ще однією можливістю використання такої методики є збільшення кількості умовних етапів, що дозволить синтезувати закони руху візка зі змінною довжиною канату: можна прийняти довжину канату протягом тривалості етапу постійною величиною. Це не внесе значних похибок, оскільки швидкість підйому вантажу незначна порівняно зі швидкістю горизонтального переміщення візка. Крім того, задання проміжних (“потрібних”) значень кінематичних характеристик руху візка в моменти переходу етапів дасть змогу покращити динаміку перехідних режимів руху візка.

Отже, за допомогою варіаційних методів оптимізації синтезовано закон руху, за якого коливання вантажу до кінця періоду розгону усуваються, причому перехідний режим руху візка розбитий на два етапи, для яких вирішуються дві варіаційні задачі, а “зшивка” кінематичних характеристик руху візка з вантажем проводиться вибором відповідних крайових умов.

Бібліографія

1. *Лобов Н.А.* Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М. : Машиностроение, 1987. – 160 с.

2. *Григоров О.В.* Вантажопідйомні машини: навч. посібник / О.В. Григоров, Н.О. Петренко. – Харків : НТУ “ХПГ, 2006. – 304 с.

3. *Герасимяк Р.П.* Оптимальное управление крановым механизмом передвижения / Р.П. Герасимяк, Л.В. Петренко // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. – № 1. – С. 87–94.

4. *Смехов А.А.* Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев. – М. : Машиностроение, 1975. – 239 с.

5. *Терехов В.М.* Система управления электроприводов: учебник под ред. В.М. Теренова – Саратов : Изд. центр “Академия”, 2005. – 300 с.

6. Особенности использования нечетких моделей в задачах управления движением мехатронных объектов / И.В. Текшева, Дуньює Цюй, Ю.В. Подураев [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2007. – № 10. – С. 30–33.

7. *Ловейкин В.С.* Расчеты оптимальних режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К. : УМК ВО, 1990. – 168 с.

8. *Ловейкін В.С.* Про можливість оптимізації режиму пуску механізму пересування кранового візка за різними критеріями / В.С. Ловейкин, В.Ф. Ярошенко, Ю.О. Ромасевич // Підйомно-транспортна техніка. – Днепропетровск : ДІІТ, 2007. – Вип. № 3. – С. 15–23.

9. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М. : Наука, 1969. – 424 с.