

УДК 631.362:621.928

ВИЗНАЧЕННЯ ЛІНІЙ СКОВЗАННЯ ПРИ ГРАНИЧНОМУ НАПРУЖЕНОМУ СТАНІ В СПЛОШНОМУ ОДНОРІДНОМУ СИПУЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Гриценко В.Т. , с.н.с.

Інститут олійних культур УААН

Тел.8(061)223-99-53

e-mail: imkua@mail.ru

Анотація – у роботі для визначення процесів та їх характеристик, у випадку переміщення подрібненої макухи щітками просіювача по циліндричній ситовій поверхні, використано методи механіки суцільних середовищ, побудовано лінії скозання та визначено основні параметри процесу.

Ключові слова – макуха, щітка, переміщення, лінії скозання, логарифмічна спіраль, параметри.

Постановка проблеми. Розглядаючи подрібнену макуху як однорідне сипуче суцільне середовище, можна використати методи механіки суцільних середовищ і застосувати ці методи для визначення процесів та їх характеристик у випадку переміщення матеріала щітками просіювача. При цьому виникає необхідність установити параметри ліній скозання, які виникають при умові граничного напруженого стану середовища.

Аналіз останніх досліджень. При вирішенні цієї задачі використовуються теоретичні передумови Березанцева В.Г. [1], що стосується пасивного тиску на підпірні стінки при умові граничної рівноваги середовища.

Існує два види рішення: перший впливає із рішення диференціальних рівнянь Кеттера і других, коли лінії скозання задаються згідно результатів спеціальних дослідів.

Загальний метод інтегрування рівнянь Кеттера був розроблений Соколовським В.В. а потім використаний у вигляді графічного метода Березанцевим і Голушкевичем [1].

Емпіричні методи побудови ліній скозання розроблені Оде, Кулоном, Ренкіним, Терцагі, Снітко та іншими [2].

Формулювання мети. Виходячи з вищевикладеного метою роботи є: визначення бокової лінії скозання по ходу руху підпірної стінки

(в подальшому будемо називати щіткою) в шарі сплошного середовища (в подальшому – матеріал) і параметрів цієї лінії.

Основна частина. Із емпіричних методів побудови ліній сковзання для сипких матеріалів найбільш близька збіжність з аналітичним дає метод Оде. Цей метод передбачає форму лінії сковзання, яка складається з двох складових. Перша представляє собою логарифмічну спіраль

$$r_i = r_0 \times e^{-\theta_i \operatorname{tg} \varphi}, \quad (1)$$

де r_i - поточний радіус розгортки спіралі;
 θ_i – поточний кут розгортки спіралі;
 r_0 – початковий радіус розгортки спіралі;
 φ - кут внутрішнього тертя матеріалу.

Друга - це пряма лінія, похідна до спіралі в точці А і, яка утворює, згідно теорії Кулона – Мора, кут $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, (рис.1).

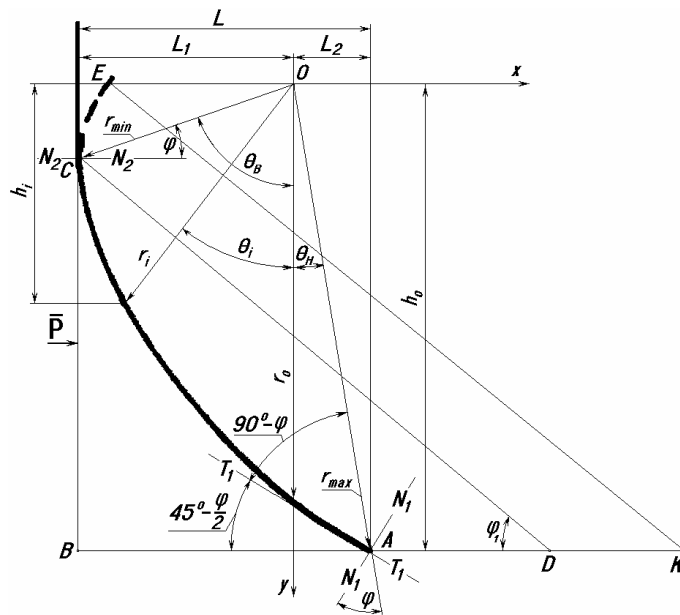


Рис. 1. Логарифмічна спіраль типу $r_i = r_0 \times e^{-\theta_i \operatorname{tg} \varphi}$.

В рівнянні логарифмічної спіралі входять тільки два параметри – φ і r_0 . r_0 зв'язаний з h_0 – висотою щітки.

Розглянемо детальніше методику побудови логарифмічної спіралі.

Полус логарифмічної спіралі О приймається на висоті h_0 від носка А, рис.1.

Нижня кромка лінії сковзання визначається кутом θ_n .

$$\theta_n = \frac{3}{2} \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right). \quad (2)$$

Верхня частина спіралі обмежується точкою С і визначається

кутом θ_B

$$\theta_B = \pi - \varphi \quad (3)$$

З точки С спіраль набуває форми вертикальної прямої. Кути θ_H і θ_B визначаються з розрахункової схеми, рис.1.

Повний кут, який визначає логарифмічну частину лінії сковзання, θ_C дорівнює сумі кутів θ_H і θ_B ,

$$\theta_C = 1/2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right). \quad (4)$$

Значення початкового радіуса r_0 розкрутки логарифмічної спіралі визначається із співвідношень:

$$r_{\max} = r_0 \times e^{-\theta_H \operatorname{tg} \varphi}, \quad (5)$$

$$r_{\max} = h_0 / \cos \theta_H. \quad (6)$$

Тоді

$$r_0 = h_0 / (e^{-\theta_H \operatorname{tg} \varphi} \times \cos \theta_H), \quad (7)$$

Одним з основних параметрів лінії сковзання є виліт носка спіралі L.

З рис.1 видно, що

$$L = L_1 + L_2, \quad (8)$$

$$\text{де } L_1 = r_{\max} \times \sin \theta_H; \quad (9)$$

$$L_2 = r_{\min} \times \cos \varphi. \quad (10)$$

Відобразимо значення r_{\max} і r_{\min} через r_0 , а потім через h_0 і підставим їх в рівняння (8), тоді формула для визначення вильоту носка спіралі буде мати вигляд:

$$L = h_0 [\operatorname{tg} \theta_H + \cos \varphi / \cos \theta_H e^{\operatorname{tg} \varphi (\theta_B + \theta_H)}]. \quad (11)$$

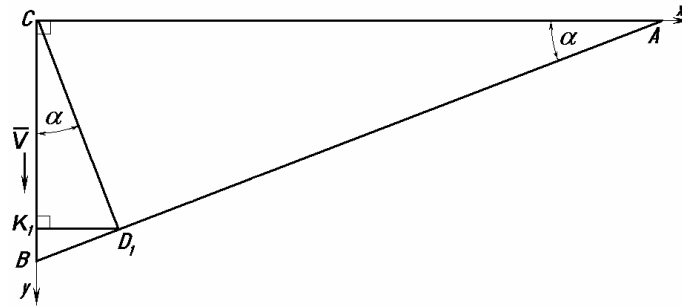
Рух матеріалу впродовж осі просіювача обумовлений нахилом щітки до твірної циліндричного сита. Розглянемо рух деякої частки матеріалу в загальному об'ємі розділяючи цей рух на цикли. В цілому цикл складається з двох кроків. Перший крок – підймання частки разом з середовищем по логарифмічній спіралі. Цей рух проходить перпендикулярно твірній циліндра сита, якщо уявити це в плані. Математично розглянути цей рух важко. Взагалі нас цікавить переміщення частки впродовж вісі. При першому кроці цього переміщення немає (лінія ВС), рис. 2.

Другий крок – опускання частки з загальною масою матеріалу по лінії осипання. Цей рух проходить перпендикулярно щітці (лінія СД), рис. 2. Таким чином за один цикл частка переміститься вздовж сита на величину СБ визначаємо з рис.1.

$$СД = \frac{СБ}{\cos \varphi_1}, \quad (12)$$

де φ_1 – кут осипання

і якщо $(СД) \sin \alpha = K_1 Д$, де α – кут закручування щітки, то



AC – твірна циліндра; АВ – лінія щітки; K_1C – лінія підймання; CD – лінія опускання; K_1D – переміщення частки.

Рис. 2. Схема переміщення деякої частки в загальній масі матеріала за один цикл, (в плані).

$$K_1D = CD \frac{\sin\alpha}{\cos\varphi_1}$$

З другого боку

$$K_1D = V_{cp} t_{ц}, \tag{13}$$

де $t_{ц}$ – час одного циклу (підймання і сповзання).

Прирівнюючи рівняння (12) і (13), одержимо

$$V_{cp} = CD \frac{\sin\alpha}{t_{ц} \cos\varphi_1}. \tag{14}$$

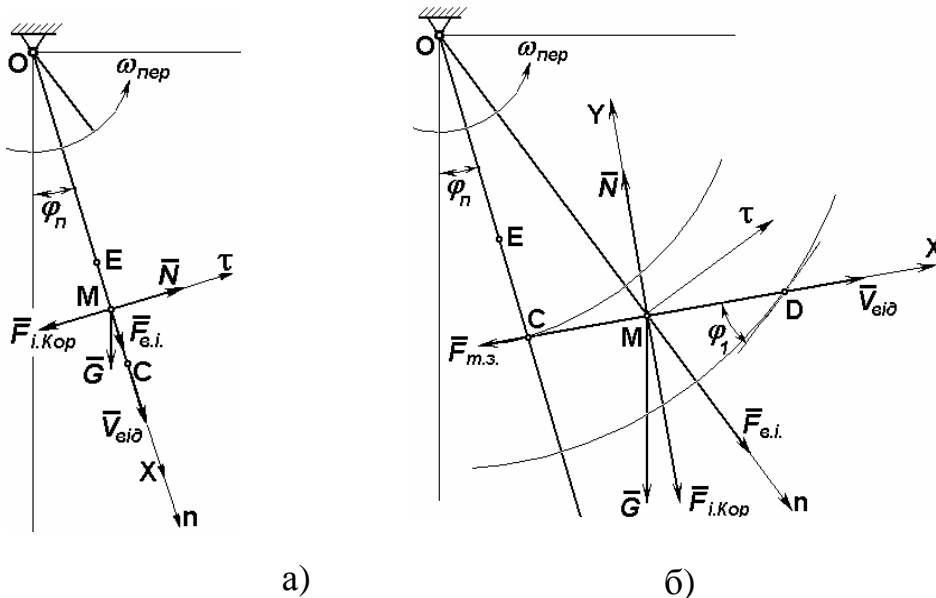


Рис. 3. Схема сил, що діють на частку при переміщені її:
а) - з точки Е в точку С; б) - з точки С в точку Д.

Якщо уявити, що частка в своєму русі за один цикл проходить два кроки, а тривалість першого кроку $t_{п}$ – час підймання, другого кроку – тривалість сповзання $t_{с}$, то загальна тривалість циклу становить

$$t_{ц} = t_{п} = t_{с}. \quad (15)$$

$$t_{ц} = 2t_{с}. \quad (16)$$

Визначимо час руху частки на ділянках ЕС і СД, рис.3.

Введемо умовні позначення.

$\omega_{пер}$ – кутова швидкість переносного руху;

$\varphi_{п}$ – кут повороту переносного руху;

$F_{т.д.}$ – сила тертя подрібненої макухи по дереву;

N – нормальна реакція макухи на дерев'яну основу щітки;

$F_{i.Кор.}$ – сила інерції Коріоліса;

$F_{в.і.}$ – відцентрова сила інерції;

G – сила ваги частки макухи;

$V_{відн.}$ – швидкість відносного руху;

ЕС – ділянка на щітці, по якому рухається макуха у першому випадку.

Складаємо диференціальне рівняння руху частки на ділянці ЕС.

Цю частку приймемо за точку М.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = G \cos \varphi_{п} + F_{в.і.} - F_{т.д.}, \quad (17)$$

де $G = mg$;

$$F_{в.і.} = m \omega_{пер.}^2 (OE + x);$$

$$\varphi_{п} = \omega_{пер.} t;$$

$$F_{т.д.} = N f_{т.д.};$$

$f_{т.д.}$ - коефіцієнт тертя макухи по дереву;

$$N = mg \sin(\omega_{пер.} t) + 2m \omega_{пер.} \frac{dx}{dt};$$

Підставляємо отримані рівняння в рівняння (17).

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2A \frac{dx}{dt} - Bx = g \cos(\omega_{пер.} t) + g f \sin(\omega_{пер.} t) + C. \quad (18)$$

У цьому рівнянні $2A = 2\omega_{пер.}$; $B = \omega_{пер.}^2$; $C = \omega_{пер.}^2(OE)$.

Рівняння (18) представляє собою лінійне, диференціальне, неоднорідне рівняння другого порядку, рішення якого знаходиться у вигляді сум двох рішень:

$$x = x_1 + x_2. \quad (19)$$

Виконавши ряд математичних перетворень, одержимо

$$x = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + A_1 \cos(\omega_{пер.} t) - A_2 \sin(\omega_{пер.} t) + A_3. \quad (20)$$

де C_1, C_2, A_1, A_2, A_3 – постійні коефіцієнти.

Для рішення трансцендентного рівняння (20) відносно часу t розкладемо дане рівняння в ряд Маклорена.

$$x = x(0) + (t/1!)x'(0) + (t^2/2!)x''(0) + (t^3/3!)x'''(0) + \dots,$$

Візьмемо перші два члена ряду Маклорена

$$x = x(0) + \frac{t}{1!}x'(0) + \dots \quad (21)$$

Тоді при $t = t_1$, точка М пройде відстань ЕС на першій ділянці l_1

$$= x(0) + \frac{t}{1!} x'(0).$$

При цьому час t_1 проходження ділянки ЕС становитиме

$$t_1 = [l_1 - x(0)] / x'(0). \quad (22)$$

Введемо додаткові умовні позначення для визначення часу руху частки на ділянці СД:

$F_{т.з.}$ – сила зовнішнього тертя подрібненої макухи по макусі;

$f_{т.з.}$ – коефіцієнт зовнішнього тертя;

φ_1 – кут осипання, при цьому φ_1 – кут внутрішнього тертя макухи ;

α – кут закручування щітки; на рис.3 не показаний, а буде врахований при визначенні сили Коріоліса.

Складемо диференціальне рівняння руху частки М на ділянці СД

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_{в.і.} \sin \varphi_1 - G \cos \varphi_{п.} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) - F_{т.з.}, \quad (23)$$

де $F_{в.і.} = m \omega_{пер.}^2 (OC) + m x \omega_{пер.}^2 \sin \varphi_1$;

$F_{т.з.} = N f_{т.з.}$;

$N = F_{в.і.} \cos \varphi_1 + G \cos \varphi_{п.} \cos \varphi_1 + F_{і.Кор.}$;

$F_{і.Кор.} = 2m \omega_{пер.} \frac{dx}{dt} \cos \alpha.$

Після підстановки в рівняння (23) відповідних величин, одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} = & \omega_{пер.}^2 (OC) \sin \varphi_1 + x \omega_{пер.}^2 \sin^2 \varphi_1 - g \sin \varphi_1 \cos(\omega_{пер.} t) - \\ & - f_{т.з.} \omega_{пер.}^2 (OC) - x f_{т.з.} \omega_{пер.}^2 \sin \varphi_1 - g f_{т.з.} \cos \varphi_1 \cos(\omega_{пер.} t) - \\ & - 2 f_{т.з.} \omega_{пер.} \frac{dx}{dt} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (24)$$

Нехай: $2B_1 = 2f_{т.з.} \omega_{пер.} \cos \alpha$;

$-B_2 = \omega_{пер.}^2 \sin^2 \varphi_1 - f_{т.з.} \omega_{пер.}^2 \sin \varphi_1$;

$B_3 = \omega_{пер.}^2 (OC) \sin \varphi_1 - f_{т.з.} \omega_{пер.}^2 (OC)$;

$-B_4 = g \sin \varphi_1 + g f_{т.з.} \cos \varphi_1.$

Підставивши одержані вирази в рівняння (24), одержимо:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2B_1 \frac{dx}{dt} - B_2 x = B_3 - B_4 \cos(\omega_{пер.} t). \quad (25)$$

Це рівняння представляє собою лінійне, неоднорідне, диференціальне рівняння другого порядку, рішення якого знаходиться у вигляді суми двох рішень:

$$x = x_1 + x_2, \quad (26)$$

де x_1 – загальне рішення однорідного рівняння;

x_2 – окреме рішення неоднорідного рівняння.

В загальному вигляді

$$x = D_1 e^{r_1 t} + D_2 e^{r_2 t} + D_3 \cos(\omega_{\text{пер.}t}) + D_4 \sin(\omega_{\text{пер.}t}) + D_5. \quad (27)$$

де D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 – постійні коефіцієнти.

Рівняння (27) являється трансцендентним і, тому час t_2 проходження по ділянці СД аналітично визначити неможливо. Розкладемо рівняння (27) в ряд Маклорена:

$$x = x(0) + \frac{t}{1!} x'(0) + \frac{t^2}{2!} x''(0) + \frac{t^3}{3!} x'''(0) + \dots, \quad (28)$$

З достатньою ступіню приближення беремо перші два члена ряду:

$$x = x(0) + \frac{t}{1!} x'(0). \quad (29)$$

При $t = t_2, x = l_2; l_2 = \text{СД}$.

Тоді $t_2 = l_2 - x(0) / x'(0)$.

Час опускання точки М по ломаній лінії ЕСД дорівнюватиме $t_{\text{оп.}} = t_1 + t_2$.

Так як частка спочатку піднімається по спіралі до положення Е, а потім опускається, приймаємо час підйому і опускання рівними, тобто $t_{\text{під.}} \sim t_{\text{оп.}} \sim t$.

Час циклу дорівнює $t_{\text{ц}} = 2t$.

Визначивши $t_{\text{ц}}$ і підставивши його в рівняння (14), одержимо функцію

$$V_{\text{ср}} = f(\alpha). \quad (30)$$

Висновки.

1. Залежність $V_{\text{ср}} = \text{СД} \frac{\sin \alpha}{t_{\text{ц}} \cos \phi_1}$, одержана в результаті аналітичних розрахунків дає змогу встановити залежність між такими параметрами як кутом закручування щітки і середньою швидкістю переміщення частки впродовж щітки.

2. Зв'язавши час циклу з періодом обертання ротора, визначаємо кількість циклів перебування точки М на поверхні сепаруючого сита, якщо відстань $K_1Д$, рис. 2 переміщення за один цикл помножити на кількість циклів, одержимо довжину сепаруючої поверхні сита впродовж вісі обертання ротора.

Література

1. Березанцев В.Г. Осесимметричная задача теории предельного равновесия сыпучей среды. / В.Г. Березанцев. – Стройиздат, 1954. - 124с.
2. Надаи А.Н. Пластичность и разрушение твердых тел. / А.Н. Надаи. – „ Мир”, М., 1969. - 863с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ ПРИ ГРАНИЧНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ В СПЛОШНОЙ ОДНОРОДНОЙ СЫПУЧЕЙ СРЕДЕ

Гриценко В.Т.

Аннотация – в работе для определения процес сов и их характеристик, в случае перемещения измельченной макухи щетками просеивателя по цилиндрической поверхности сита, использованы методы механики сплошных сред, построены линии скольжения и определены основные параметры процесса.

THE DEFINITION OF SLIDING LINES AT MAXIMUM BREAKING POINT IN SOLID HOMOGENEOUS DRY SURROUNDINGS

V. Grytzenko

Summary

Methods of definition of sliding lines in the solid homogeneous surrounding at maximum breaking point and the main parameters of process and their characteristics in the case of moving of cutting oil-cake by the boter's brushes on the bolter surface are determined in the work.