

О ВЛИЯНИИ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛОСКОГО НАКЛОННОГО РЕШЕТА НА ДВИЖЕНИЕ СЕПАРИРУЕМОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ

Тищенко Л.Н. , д.т.н.,

Ольшанский В.П., д.ф-м.н.,

Ольшанский С.В., аспирант

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко

Тел. 8 (057) 700-38-92

Аннотация – в рамках гидродинамической модели, путем приближенного решения уравнений Навье-Стокса, выведены формулы для вычисления кинематических характеристик движения сыпучего слоя зерновой смеси с учетом поперечных гармонических колебаний решета, проведены расчеты и анализ полученных численных результатов.

Ключевые слова – зерновая смесь, сепарирование, вибровязкость, амплитуда и частота поперечных колебаний, скорость потока, производительность решета.

Постановка проблемы. Механические вибрации повышают интенсивность сегрегации и сепарирования зерна. Поэтому вибросепараторы часто используют для послеуборочной переработки зерна. Но теоретическое моделирование вибрационных процессов сепарирования не всегда адекватно техническим достижениям. Поэтому разработка уточненных моделей движения зерновой смеси с учетом колебаний перфорированной сепарирующей поверхности относится к актуальным задачам.

Анализ последних публикаций. Имеется много крупных работ, посвященных исследованию влияния вибраций на процесс движения зерновой массы по наклонному плоскому решету [1,2,3,4]. Из последних публикаций отметим [5,6]. Однако, в большинстве публикаций, включая последние, основное внимание сосредоточено на изучении движения отдельной частицы зерновой смеси без учета влияния на него соседних частиц. Менее изученным остается движение множества частиц в смеси, как континуума, чем и определена цель работы.

Формулировка цели статьи. Целью этой статьи является получение формул для расчета кинематических характеристик потока зерновой смеси, а не отдельной ее частицы, по наклонному плоскому ре-

шету с учетом его поперечных колебаний. Речь идет о получении усредненных характеристик движения на основе континуальной модели. Для решения поставленной задачи используется известная аналогия потоков сыпучей среды и вязкой жидкости по вибрирующей поверхности [7,8]. Адекватность теории обеспечивается надлежащим выбором значения коэффициента вибровязкости псевдооживленной сыпучей среды [9,10,11]. Способы вычисления этого коэффициента рассмотрены в работах [10,11].

Основная часть. Пусть слой зерновой смеси толщиной h движется вдоль координатной оси ox по плоскому решету, которое наклонено к горизонту под углом θ (рис. 1). Решето совершает поперечные колебания в направлении оси oy по закону $y = h + A \cos(\omega t)$ с амплитудой A и частотой ω . Зерновую смесь характеризуем средними значениями плотности ρ и коэффициента вибровязкости μ . Формула для вычисления μ имеется в [11].

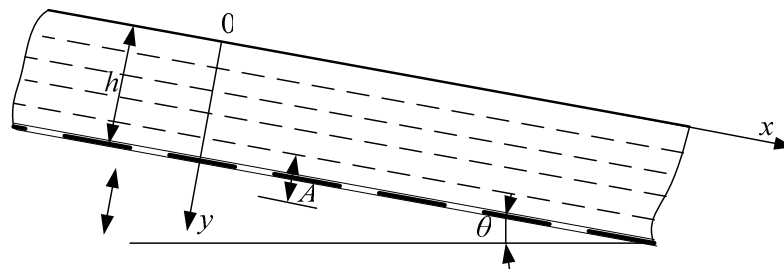


Рис. 1. Расчетная схема.

Определение проекций скорости потока $u = u(x, y, t)$; $v = v(x, y, t)$ на координатные оси ox и oy соответственно, проводим решая уравнения гидродинамики [12]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \mu \nabla^2 u \right);$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \mu \nabla^2 v \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; g – ускорение свободного падения; t – время;

$p = p(x, y, t)$ – давление в слое смеси.

Граничными условиями к уравнениям (1), (2) берем –

$$-p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

на свободной поверхности движущегося слоя $y = 0$ и

$$v = -A\omega \sin(\omega t); \quad u = u^* = const \quad (4)$$

в плоскости контакта слоя с решетом $y = h$.

Рассматриваем установившийся колебательный процесс без начальных условий. Для такого потока смеси принимаем

$$v(x, y, t) = -A\omega \sin(\omega t);$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

Тогда первое граничное условие в (4) удовлетворяется «автоматически», а из уравнения неразрывности потока (2) следует, что

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

Уравнения (1) упрощаются и принимают вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} - A\omega \sin(\omega t) \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \quad (5)$$

$$-A\omega^2 \cos(\omega t) = g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x},$$

а граничными условиями к ним, вместо (3) и (4), будут

$$p = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \quad (6)$$

$$u = u^* = \text{const} \quad \text{при} \quad y = h.$$

Интегрируя второе дифференциальное уравнение в (5) по y , с учетом первого граничного условия в (6), находим

$$p = \rho \cdot (g \cos \theta + A\omega^2 \cos(\omega t)) \cdot y.$$

Давление в смеси оказывается зависимым только от y и t . Поэтому $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ и вместо (5) получаем упрощенное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - A\omega \sin(\omega t) \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta + \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (7)$$

Представим его решение суммой

$$u(y, t) = u^* + u_1(y, t), \quad (8)$$

где второе слагаемое удовлетворяет однородным граничным условиям

$$\frac{\partial u_1}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad \text{и} \quad u_1 = 0 \quad \text{при} \quad y = h. \quad (9)$$

Подставив (8) в (7) убеждаемся, что $u_1(y, t)$ должно быть решением уравнения

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - A\omega \sin(\omega t) \frac{\partial u_1}{\partial y} = g \sin \theta + \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}. \quad (10)$$

Нахождение точного аналитического решения такого уравнения затруднительно. Поэтому ограничимся поиском приближенного решения. С учетом граничных условий (6) его берем в виде:

$$u_1(y, t) = f(t)(u^2 - y^2), \quad (11)$$

где $f(t)$ – неизвестная функция времени.

Используя стандартную процедуру метода Бубнова-Галеркина с помощью (10) и (11) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{df}{d\tau} + (a + b \sin \tau) \cdot f = g^*, \quad (12)$$

в котором $a = \frac{5\mu}{2\rho\omega h^2}$; $b = \frac{15}{16} \cdot \frac{A}{h}$; $g^* = \frac{5g}{4\omega h^2} \sin \theta$; $\tau = \omega t$.

Общее решение уравнения (12) с точностью до произвольной постоянной c имеет вид

$$f(\tau) = e^{-a\tau + b \cos \tau} \cdot \left(c e^{-b} + g^* \int_0^{\tau} e^{a\xi - b \cos \xi} d\xi \right). \quad (13)$$

Интеграл в (13) не выражается в замкнутом виде через элементарные функции. Поэтому воспользуемся известным разложением экспоненты в ряд [13]

$$\exp(-b \cos \tau) = \sum_{K=0}^{\infty} (2 - \delta_{K0}) (-1)^K I_K(b) \cos(K\tau), \quad (14)$$

в котором δ_{K0} – символ Кронекера; $I_K(b)$ – модифицированная функция Бесселя индекса K .

Подставив ряд (14) в (13), с учетом того, что [14]

$$\int_0^{\tau} \exp(ax) \cos(Kx) dx = \frac{1}{K^2 + a^2} \{ [a \cos(K\tau) + K \sin(K\tau)] \exp(a\tau) - a \},$$

после отбрасывания затухающих во времени слагаемых, получаем периодическое решение

$$f(\tau) = g^* \exp(b \cos \tau) \cdot \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_{K0}) (-1)^K I_K(b)}{K^2 + a^2} \times \\ \times [a \cos(K\tau) + K \sin(K\tau)]. \quad (15)$$

Обычно при сепарировании смеси на решетке параметр $b < 1$ и ряд в (15) сходится быстро. Значения функции Бесселя можно находить по таблицам и рекуррентным соотношениям [13].

Если $b < 0,5$, то из (15) вытекает простая приближенная зависимость

$$f(\tau) \approx \frac{g^*}{a} \exp(b \cos \tau) \cdot \left\{ 1 + \frac{b^2}{4} - \frac{ab}{1+a^2} \cdot (a \cos \tau + \sin \tau) + \right. \\ \left. + \frac{ab^2}{4 \cdot (4+a^2)} \cdot [a \cos(2\tau) + 2 \sin(2\tau)] \right\} \quad (16)$$

и для определения $f(t)$ не требуется вычисление значений цилиндрической функции.

При отсутствии поперечных колебаний решета параметр $b = 0$. Из (16) следует, что

$$f(\tau) = \frac{g^*}{a} = const.$$

Для этого значения $f(\tau)$ скорость потока смеси не зависит от времени и выражается формулой

$$u = u^* + \frac{g^*}{a} \cdot (h^2 - y^2),$$

которая совпадает с опубликованной в [11].

Заслуживает отдельного внимания то, что усредненное значение $f(\tau)$ за период колебаний больше $g^* a^{-1}$. Чтобы убедиться в этом вычислим интеграл

$$f_{cp} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\tau) d\tau. \quad (17)$$

Подставив разложение (15) в (17), с учетом табличных интегралов [14]:

$$\int_0^{2\pi} \exp(b \cos \tau) \sin(K\tau) d\tau = 0;$$

$$\int_0^{2\pi} \exp(b \cos \tau) \cos(K\tau) d\tau = 2\pi \cdot I_K(b),$$

получаем

$$f_{cp} = ag^* \cdot \sum_{K=0}^{\infty} (2 - \delta_0) \cdot \frac{(-1)^K [I_K(b)]^2}{K^2 + a^2}. \quad (18)$$

Если отбросить в (18) слагаемые, порядок которых выше b^4 , то получим упрощенную расчетную зависимость

$$f_{cp} \approx g^* \cdot \left[\frac{1}{a} \left(1 + \frac{b^2}{4}\right)^2 - \frac{ab^2 \cdot \left(1 + \frac{b^2}{4}\right)}{2 \cdot (1 + a^2)} + \frac{ab^4}{32 \cdot (4 + a^2)} \right].$$

Поскольку в условиях сепарирования $a \ll 1$, то $f_{cp} > g^* \cdot a^{-1}$. Это значит, что вследствие поперечных колебаний увеличивается среднее значение продольной проекции скорости потока слоя, а следовательно и пропускной способности решета. При этом увеличение зависит, главным образом, от относительной амплитуды колебаний решета, т.е. отношения Ah^{-1} .

Используя выражение $f(\tau)$, далее по формулам (8), (11) можно определить проекцию скорости потока смеси при различных y , среднее значение этой проекции в зависимости от времени

$$u_{cp}(\tau) = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h u(y, \tau) dy = \frac{2}{3} h^2 g(\tau) + u^*,$$

удельную производительность (единицы ширины) решета

$$\bar{Q}(\tau) = hu_{cp}(\tau)$$

и другие технологические параметры.

Амплитуды перемещений продольной проекции скорости зависят от y . Максимумы они достигают на свободной поверхности слоя, тогда как при продольных колебаниях решета они максимальны в плоскости контакта слоя с решетом.

Выводы. Расчеты проводились при $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$; $h = 0,008 \text{ м}$; $\theta = 8^\circ$. Рассматривали две частоты колебаний решета: $\omega = \omega_1 = 41,86 \text{ с}^{-1}$ и $\omega = \omega_2 = 52,33 \text{ с}^{-1}$, с различными амплитудами. Используя данные работы [11], для меньшей частоты колебаний задавали $\mu = 0,052 \text{ Па}\cdot\text{с}$, а для большей – $\mu = 0,0385 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Учитывая малость угла наклона θ , принимали $u^* = 0$. При больших θ для вычисления u^* можно использовать условие граничного равновесия слоя на решетке [11].

Результаты вычисления значений $f(\tau)$ при различных τ и A/h указаны в таблице. В числители записаны результаты расчетов по формуле (15), где удерживали 10 членов ряда, а в знаменателях – по формуле (16) при $\omega = \omega_1$. Малые отличия числителей от знаменателей подтверждают высокую точность приближенной формулы (16), которая существенно упрощает расчеты.

Таблица – Результаты вычисления $f(\tau)$ по формулам (15) (числители) и (16) (знаменатели)

τ	Значения $f(\tau)$ (мс) ⁻¹			
	$Ah^{-1} = 0,1$	$Ah^{-1} = 0,2$	$Ah^{-1} = 0,3$	$Ah^{-1} = 0,4$
0	$\frac{10833,09}{10833,09}$	$\frac{11971,73}{11971,54}$	$\frac{13287,64}{13286,52}$	$\frac{14811,39}{14807,36}$
$\pi/4$	$\frac{10496,62}{10496,66}$	$\frac{11241,19}{11241,46}$	$\frac{12092,96}{12093,53}$	$\frac{13067,43}{13067,83}$
$\pi/2$	$\frac{9807,92}{9807,97}$	$\frac{9813,06}{9813,33}$	$\frac{9861,31}{9861,91}$	$\frac{9953,94}{9953,72}$
$3\pi/4$	$\frac{9197,05}{9197,08}$	$\frac{8627,54}{8627,72}$	$\frac{8127,56}{8127,88}$	$\frac{7688,64}{7688,79}$
π	$\frac{8987,96}{8987,95}$	$\frac{8240,86}{8240,67}$	$\frac{7588,68}{7587,86}$	$\frac{7017,95}{7015,66}$
$5\pi/4$	$\frac{9277,16}{9277,10}$	$\frac{8780,50}{8779,95}$	$\frac{8347,04}{8345,01}$	$\frac{7969,12}{7964,01}$
$3\pi/2$	$\frac{9926,98}{9926,91}$	$\frac{10051,87}{10051,22}$	$\frac{10221,28}{10218,75}$	$\frac{10436,26}{10429,50}$
$7\pi/4$	$\frac{10585,10}{10585,04}$	$\frac{11427,78}{11427,13}$	$\frac{12388,74}{12386,01}$	$\frac{13485,10}{13477,24}$

На рис. 2 нанесены графики $u(0, \tau)$. Сплошные линии получены при $\omega = \omega_1$, а пунктирные – при $\omega = \omega_2$ для различных амплитуд колеба-

ний решета. Цифрами 1,2,3 отмечены графики, рассчитанные при $10^3 A = 1, 2, 3$ м. С увеличением A происходит увеличение амплитуд колебаний продольной проекции скорости слоя на свободной его поверхности $y=0$.

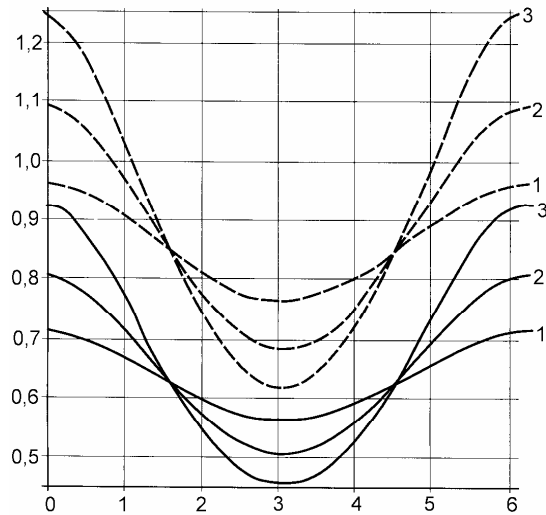


Рис. 2. Зависимости средней скорости движения зерновой смеси: 1 - $10^3 A = 1$ м; 2 - $10^3 A = 2$ м; 3 - $10^3 A = 3$ м; — $\omega = \omega_1 = 41,86 \text{ с}^{-1}$; - $\omega = \omega_2 = 52,33 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 3 нанесены графики удельной производительности решета $\bar{Q}(\tau)$. Сплошные линии получены при $\omega = \omega_1$, а пунктирные – при $\omega = \omega_2$ для прежних амплитуд колебаний решета $10^3 A = 1, 2, 3$ м (кривые 1, 2, 3 соответственно). С увеличением A и ω возрастает удельная производительность решета и амплитуды ее колебаний во времени.

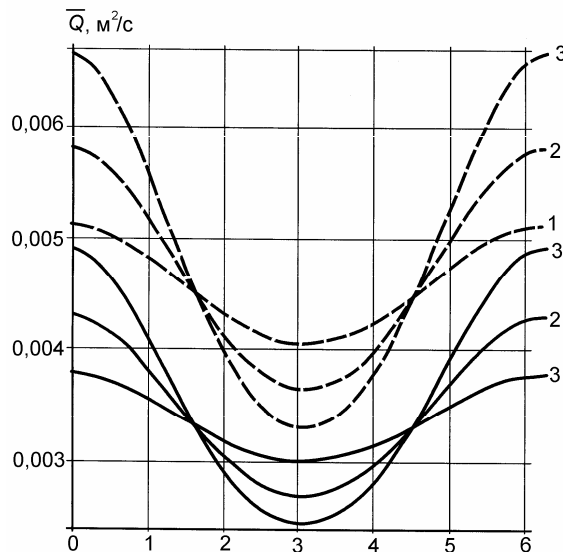


Рис. 3. Зависимости удельной производительности решета: 1 - $10^3 A = 1$ м; 2 - $10^3 A = 2$ м; 3 - $10^3 A = 3$ м; — $\omega = \omega_1 = 41,86 \text{ с}^{-1}$; - $\omega = \omega_2 = 52,33 \text{ с}^{-1}$.

Проведенное исследование приводит к следующему:

1. Полученные в результате решения краевой задачи упрощенные формулы позволяют находить проекции скорости потока зерновой смеси с учетом поперечных колебаний решета.

2. При гармонических поперечных колебаниях решета продольная проекция скорости потока сыпучего слоя не является гармонической функцией времени, а описывается более сложной зависимостью. Максимум амплитуды колебаний этой проекции приходится на свободную поверхность движущегося слоя.

3. С увеличением кинематических параметров возрастает производительность решета и амплитуды её колебаний.

Литература

1. *Василенко П.М.* Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / *П.М. Василенко* – К.: УАСХН, 1960. – 284 с.
2. *Блехман И.И.* Вибрационное перемещение / *И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе.* – М.: Наука, 1964. – 410 с.
3. *Заика П.М.* Вибрационное перемещение твёрдых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах / *П.М. Заика* . К.: УСХА, 1988. – 625с.
4. *Гортинский В.В.* Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / *В.В. Гортинский, А.Б. Демский, М.А. Борискин.* – М.: Колос, 1980. – 304 с.
5. *Тараймович І.В.* Дослідження процесу сепарації вороху насіння льону на коливальному решеті / *І.В. Тараймович, В.Ф. Дідух, І.М. Дударев.* // *Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ.* – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 75, Т. 1. – С. 134-141.
6. *Манчинський Ю.О.* Математична модель руху компонентів насінневих сумішей по робочій площині / *Ю.О. Манчинський, М.В. Бакум, О.М. Горбатовський, М.М. Кравцов.* // *Механізація та електрифікація сільського господарства.* – Глеваха, 2008. – Вип. 92. – С. 156-162.
7. *Тищенко Л.Н.* Гидродинамические характеристики псевдооживленных сыпучих сред при виброцентробежном сепарировании на зерноперерабатывающих предприятиях / *Л.Н. Тищенко* // *Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв: Вісник ХДТУСГ.* – Харків: ХДТУСГ, 2001. – Вип. 5. – С. 13-33.
8. *Тищенко Л.Н.* Интенсификация сепарирования зерна / *Л.Н. Тищенко* – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
9. *Тищенко Л.Н.* Решения упрощенных уравнений гидродинамики при моделировании движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету / *Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский* // *Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв: Вісник ХНТУСГ.* – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 306-312.

10. Тищенко Л.Н. Сравнение двух способов вычисления коэффициента вибровязкости псевдооживленной зерновой смеси при виброцентробежном сепарировании / Л.Н. Тищенко, Ф.М. Абдуева, Ольшанский В.П. // Вібрації в техніці та технологіях. 2008. – № 1(50), – С. 96-100.
11. Тищенко Л.Н. Модель однослойного движения зерновой смеси по наклонному рифленому решету / Л.Н. Тищенко, С.И. Кучеренко, В.П. Ольшанский, О.Б. Зайцев. // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 28-39.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
13. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами) / А. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
14. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1962. – 1100 с.

ПРО ВПЛИВ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ ПЛОСКОГО ПОХИЛОГО РЕШЕТА НА РУХ СЕПАРИРУЕМОЙ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ

Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В.

Анотація - у рамках гідродинамічної моделі, шляхом наближеного рішення рівнянь Нав'є-Стокса, виведені формули для обчислення кінематичних характеристик руху сипучого шару зернової суміші з обліком поперечних гармонічних коливань решета, проведені розрахунки й аналіз отриманих чисельних результатів.

ABOUT INFLUENCE OF A CROSS VIBRATIONS OF THE FLAT INCLINED SIEVE ON THE MOTION SEPARATING GRAIN MIX

L. Tishenko, V. Olshansky, S. Olshansky

Summary

Within the framework of hydrodynamical model, by the approached solution of the Nauer-Stocks equations, the formulas for calculation of the kinematic characteristics of motion of a granular layer of a grain mix are deduced in view of the cross harmonic fluctuations of the sieve, the accounts and analysis of the received numerical results are carried out.