

УДК 621.822.6

ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКІСТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЛИКОВИХ ПІДШИПНИКІВ ПРИ РОЗРАХУНКУ БАГАТООПОРНИХ ВУЗЛІВ КОЧЕННЯ

С.П. Єлізаров, канд. техн. наук, С.В. Конєв, канд. техн. наук,
В.А. Артемов, канд. техн. наук
Одеський державний аграрний університет

Визначені коефіцієнти жорсткості в контакті тіл кочення з кільцями в роликівих підшипниках, необхідні при розрахунку багатопорних вузлів, що включають підшипники цього типу.

Ключові слова: підшипниковий вузол, роликівий підшипник, лінійний контакт, розподіл навантажень, жорсткісна характеристика контакту.

Вступ: Основним етапом розрахунку будь-якого підшипникового вузла є визначення навантажень, що діють на його елементи, при цьому метод розрахунку вважається тим точніше, чим точніше знайдений розподіл навантажень по тілах кочення в підшипниках. Цей розподіл можна знайти з необхідною точністю, якщо відомі зовнішні сили і моменти, що діють на кожен підшипник у вузлі. Для їх визначення використовується система рівнянь, для вирішення якої потрібно знати жорсткісні характеристики в точках контакту тіл кочення з кільцями підшипників.

Проблема: Визначити точно ресурс роботи підшипникового вузла не можливо, якщо не відомий розподіл навантажень у ньому, це особливо стосується складних багатопорних вузлів, маючих опори різних типів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій: В сучасних довідниках, підручниках і учбово-науковій літературі ресурс підшипникових вузлів визначається по методиці, яка потребує знання навантажень, діючих на кожний підшипник. Для визначення останніх використовуються спрощені методи, які не працюють, якщо мається вузол статично невизначений. При цьому результати розрахунку у деяких випадках призводять до нереальних результатів, неприйнятних для відповідальних машин.

Мета досліджень: знайти розподіл навантажень між тілами кочення у багатопорному вузлі з урахуванням жорсткісних характеристик кожного з них і тим самим максимально наблизитися до того навантаження яке дійсно існує у вузлі що розраховується.

Результати досліджень: Визначення жорсткісних характеристик проводилося на підставі відомих залежностей для роликівих підшипників шляхом їх розширення з урахуванням загального випадку навантаження.

У роботі [1] одержана система рівнянь для визначення навантажень і деформацій в підшипниковому вузлі кочення, що складається з довільного числа підшипників кочення, саме

$$\begin{cases} F_x = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{11}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{12}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{13}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ F_y = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{21}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{22}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{23}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ F_z = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ M_x = \sum_k \{c_k \cdot (y_k - z_k \cdot \cos \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k) \cdot [\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}] + \alpha_k \cdot \theta_k \cdot \cos \psi_k\} \\ M_y = \sum_k \{c_k \cdot (z_k \cdot \sin \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k - x_k) \cdot [\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}] - \alpha_k \cdot \theta_k \cdot \sin \psi_k\} \end{cases}$$

(1)

де приведені переміщення точок контакту тіл кочення з кільцями підшипників

$$f_{xyk} = f_x + \varphi_y \cdot z_k, \quad f_{yxk} = f_y - \varphi_x \cdot z_k, \quad f_{zxyk} = f_z + \varphi_x \cdot y_k - \varphi_y \cdot x_k,$$

$\sigma_{ij}^{(k)}$ - коефіцієнти, залежні від координатних кутів тіл кочення Ψ_k і їх кутів контакту β_k , θ_k - приведений кут перекоосу

$$\sigma_{11}^{(k)} = \chi_k \cdot \sin^{n_k+1} \psi_k, \quad \sigma_{12}^{(k)} = \chi_k \cdot \cos^{n_k} \psi_k \cdot \sin \psi_k, \quad \sigma_{13}^{(k)} = \lambda_k \cdot \sin \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k$$

$$\sigma_{2j}^{(k)} = \sigma_{1j}^{(k)} \cdot \operatorname{ctg} \psi_k \quad \text{і} \quad \sigma_{3j}^{(k)} = \sigma_{1j}^{(k)} \cdot \operatorname{tg} \beta_k \cdot \operatorname{cosec} \psi_k \quad j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Приведений кут перекоосу $\theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k - \varphi_y \cdot \sin \psi_k$.

С обліком цього систему рівнянь (1) можна переписати у вигляді

$$i = 1, \dots, 5 \quad \Phi_i = \sum_{k=1}^N c_k \cdot A_{ik} - F_i = 0$$

(3)

де N - загальне число навантажених тіл кочення, A_{ik} - приведені пружне переміщення k -й опори у вибраній системі координат, F_i - зовнішні навантаження. Приведені переміщення визначаються по співвідношеннях

$$A_{ik} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}^{(k)} \cdot \delta_{jk}^{n_k}, \quad i = 1, 2, 3; \quad A_{4k} = \delta_{4k} \cdot A_{3k} + \frac{\alpha_k \cdot \theta_k \cdot \cos \psi_k}{c_k};$$

$$A_{5k} = \delta_{5k} \cdot A_{3k} - \frac{\alpha_k \cdot \theta_k \cdot \sin \psi_k}{c_k}, \quad \text{при} \quad \text{цьому} \quad \delta_{1k} = \delta_{xk} = f_{xyk},$$

$$\delta_{2k} = \delta_{yk} = f_{yxk}, \quad \delta_{3k} = \delta_{zk} = f_{zxyk}, \quad \delta_{4k} = y_k - z_k \cdot \cos \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k, \quad (4)$$

$$\delta_{5k} = z_k \cdot \sin \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k - x_k,$$

$$F_1 = F_x, \quad F_2 = F_y, \quad F_3 = F_z, \quad F_4 = M_x, \quad F_5 = M_y.$$

Визначимо значення коефіцієнтів c_k , χ_k і λ_k , вхідних в систему рівнянь (1) для роликотпідшипників. Зближення сталевих циліндрових тіл з лінійним контактом пов'язане з навантаженням відомою залежністю:

$$\delta_{n(\epsilon)} = A \cdot \frac{P_{n(\epsilon)}^{0,9}}{l^{0,8}},$$

де A - коефіцієнт пропорційності, $P_{n(\epsilon)}$ - навантаження, що діє в контакті ролика із зовнішнім (внутрішнім) кільцем, l - довжина ролика.

Для конічного роликотілопідшипника, навантаженого осьовою силою F_z і контакту β_n (рис.1), що має кут β_n , загальний відносний осьовий зсув кілець

$$\delta_z = 2 \cdot A \cdot \frac{P^{0,9}}{l^{0,8} \cdot \sin \beta_n}. \quad (5)$$

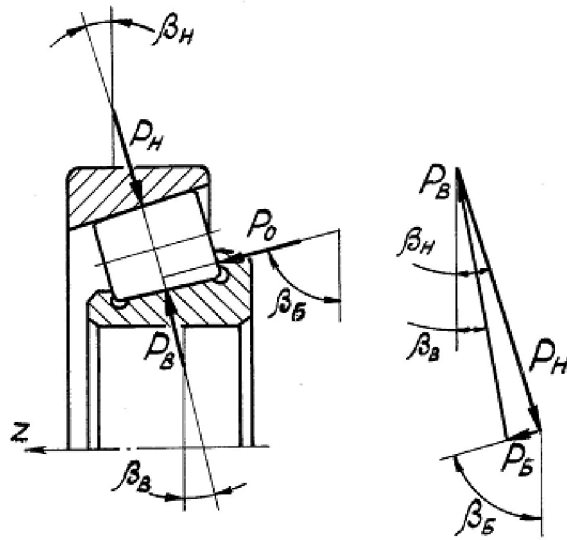


Рис. 1. Схема рівноваги ролика в конічному підшипнику

Нормальна сила P знаходиться з умови рівномірного розподілу зовнішнього навантаження F_z між z_{σ} тілами кочення

$$P = \frac{F_z}{z_{\sigma} \cdot \sin \beta_n}. \quad (6)$$

Із залежностей (5) і (6) виділимо осьову складову реакцій роликів

$$P_{zk} = \frac{F_z}{z_{\sigma}} = (2 \cdot A)^{-\frac{10}{9}} \cdot l^{\frac{8}{9}} \cdot \sin^{\frac{19}{9}} \beta_n \cdot \delta_z^{\frac{10}{9}} \text{ для } k = 1, \dots, z_{\sigma}.$$

Таким чином, для лінійного контакту $n_k = \frac{10}{9}$.

У загальному випадку для ролика, що має кут контакту β_{nk} і довжину l_k

$$P_{zk} = c_{zk} \cdot \delta_{zk}^{\frac{10}{9}},$$

де c_{zk} - коефіцієнт осьової жорсткості в точці, відповідній k -й опорі,

$$c_{zk} = (2 \cdot A)^{-\frac{10}{9}} \cdot l_k^{\frac{8}{9}} \cdot \sin^{\frac{19}{9}} \beta_{nk} \quad (7)$$

Таким чином, для лінійного контакту $n_k = \frac{10}{9}$.

При більш строгому аналізі конічного роликотітшипника для визначення зсуву δ_z слід враховувати також кут конусності внутрішнього кільця β_e , навантаження на опорний борт P_e і замість формули (5) користуватися залежністю:

$$\delta_z = A \cdot \frac{\frac{P_n^{0,9}}{\sin \beta_n} + \frac{P_e^{0,9}}{\sin \beta_e}}{l^{0,8}},$$

у якій співвідношення навантажень P_e і P_n визначається з векторного трикутника, зображеного на рис. 1,

$$\frac{P_e}{P_n} = \frac{\sin(\beta_n + \beta_e)}{\sin(\beta_e + \beta_e)}$$

Аналогічним чином визначаються коефіцієнти радіальної жорсткості

$$c_{rk} = (2 \cdot A)^{-\frac{10}{9}} \cdot l_k^{\frac{8}{9}} \cdot \cos^{\frac{19}{9}} \beta_{nk} \quad (8)$$

Порівнюючи залежності (7), (8) із співвідношеннями (8) [1] і вважаючи

$$\chi_k = 1.0, \quad \text{одержимо} \quad c_k = c_{rk} = (2 \cdot A)^{-\frac{10}{9}} \cdot l_k^{\frac{8}{9}} \cdot \cos^{\frac{19}{9}} \beta_{nk} \quad \text{і}$$

$$\lambda_k = \frac{c_{zk}}{c_k} = \operatorname{tg}^{\frac{19}{9}} \beta_k.$$

Кут контакту для радіально-упорного роликотітшипника, вважаємо постійним $\beta_{nk} = \beta_k = \text{const}$.

Для визначення реактивних моментів L_k циліндрових роликів, що виникають при перекосі кілець підшипника, розглянемо на їх рівновагу при навантаженні радіальною силою P і перекосі внутрішнього кільця на кут θ (рис. 2). При цьому контакт зберігається на всю довжину ролика l або на частини l_a . Величина l_a визначається по відомій залежності:

$$l_a = \sqrt{\frac{5,1 \cdot 10^{-6} \cdot F_y}{z_{\sigma} \cdot \theta}},$$

де F_y - зовнішнє радіальне навантаження на радіальний роликотітшипник, Н.

Враховуючи, що $F_y = \frac{P \cdot z_m}{4,6} = [\theta]$, максимальний кут в радіанах, при якому контакт ролика зберігається по всій його довжині (рис.2, а), маємо

$$[\theta] = 1,108 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{P}{l^2}. \quad (9)$$

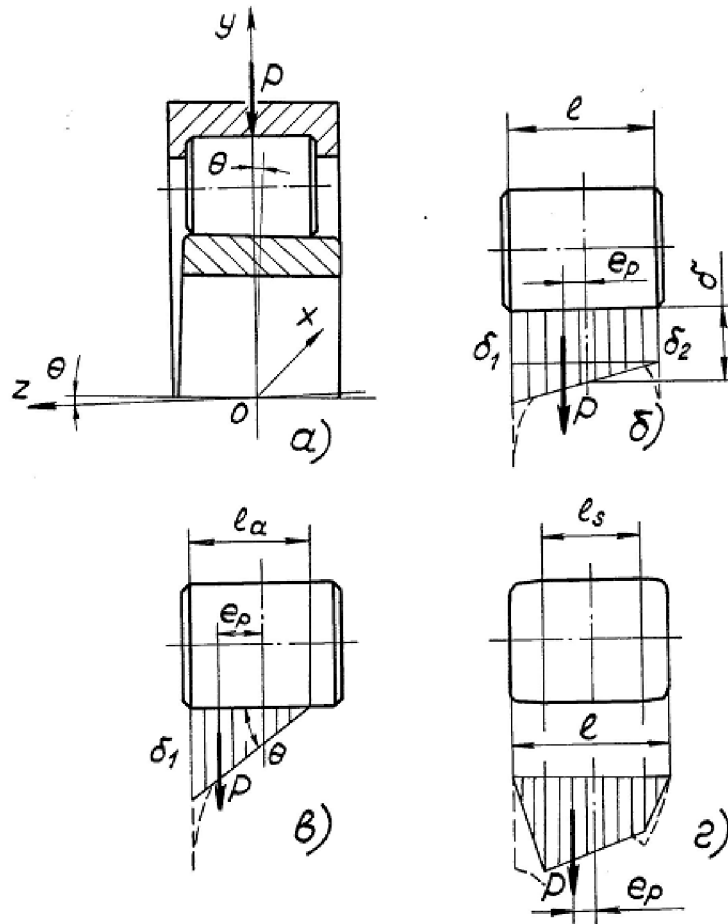


Рис. 2. Навантаження циліндрового ролика при перекосі кілець

Визначимо ексцентриситет e_p рівнодіючого навантаження як відстань між центром тяжіння епюри контактних деформацій і радіальною віссю ролика. При $\theta < [\theta]$, як показано на рис. 2, б,

$$e_p = \frac{l}{6} \cdot \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}.$$

Співвідношення між контактними деформаціями $\delta, \delta_1, \delta_2$ і перекосом θ -- $\delta_1 - \delta_2 = l \cdot \theta$ і $\delta_1 + \delta_2 = 2 \cdot \delta$. Підставляючи ці співвідношення в останню залежність, одержимо

$$e_p = \frac{l^2 \cdot \theta}{12 \cdot \delta}.$$

Коефіцієнт кутової жорсткості ролика α визначимо з рівняння його рівноваги $L = \alpha \cdot \theta = P \cdot e_p$. Залежність реактивного моменту від кута перекосу, можна вважати лінійною і, з урахуванням відомого співвідношення $\delta = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \cdot P}{l}$, одержимо

$$\alpha = \frac{P \cdot e_p}{\theta} = 151520 \cdot l^3 \left[\frac{H \cdot \text{см}}{\text{рад}} \right]. \quad (10)$$

У випадку, якщо $\theta > [\theta]$, як представлено на рис. 2, в,

$$e_p = \frac{l}{2} - \frac{l_a}{3} = \frac{l}{2} - 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{P}{\theta}} \quad \alpha = \frac{P \cdot e_p}{\theta} \quad (11)$$

Для ролика із закругленнями у кромках значення e_p при $\theta < [\theta]$ знаходиться по формулі:

$$e_p = \left[\frac{(l_1 - l_s) \cdot (l + 2 \cdot l_s)}{l + l_s} + 902530 \cdot \frac{\theta \cdot l_s^3}{P} \right] \cdot \frac{1}{6},$$

де l_s - довжина циліндрової частини ролика (рис. 2, г).

При обчисленні сумарного реактивного моменту L_c роликового підшипника (системи підшипників) слід скласти моменти, що створюються всіма роликами. При визначенні таких моментів необхідно користуватися співвідношеннями (10) і (11) залежно від умов контакту в k -й опорі. При цьому кут θ_k для кожного ролика визначається по перекосу кілець φ_x :

$$\theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k.$$

(12)

Вирази для проєкцій реактивних моментів на вісь x (рис. 3) мають вигляд

$$\begin{aligned} \varphi_{rk} &= \theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k; \\ L_{rk} &= \alpha_k \cdot \varphi_{rk} = \alpha_k \cdot \varphi_x \cdot \cos \psi_k; \\ L_{xk} &= L_{rk} \cdot \cos \psi_k = \alpha_k \cdot \varphi_x \cdot \cos^2 \psi_k. \end{aligned} \quad (13)$$

Співвідношення між контактними деформаціями $\delta, \delta_1, \delta_2$ і перекосом θ -- $\delta_1 - \delta_2 = l \cdot \theta$ і $\delta_1 + \delta_2 = 2 \cdot \delta$. Підставляючи ці співвідношення в останню залежність, одержимо

$$e_p = \frac{l^2 \cdot \theta}{12 \cdot \delta}.$$

Коефіцієнт кутової жорсткості ролика α визначимо з рівняння його рівноваги $L = \alpha \cdot \theta = P \cdot e_p$. Залежність реактивного моменту від кута перекосу, можна вважати лінійною і, з урахуванням відомого співвідношення $\delta = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \cdot P}{l}$, одержимо

$$\alpha = \frac{P \cdot e_p}{\theta} = 151520 \cdot l^3 \left[\frac{H \cdot \text{см}}{\text{рад}} \right]. \quad (10)$$

У випадку, якщо $\theta > [\theta]$, як представлено на рис. 2, в,

$$e_p = \frac{l}{2} - \frac{l_a}{3} = \frac{l}{2} - 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{P}{\theta}} \quad \alpha = \frac{P \cdot e_p}{\theta} \quad (11)$$

Для ролика із закругленнями у кромки значення e_p при $\theta < [\theta]$ знаходиться по формулі:

$$e_p = \left[\frac{(l_1 - l_s) \cdot (l + 2 \cdot l_s)}{l + l_s} + 902530 \cdot \frac{\theta \cdot l_s^3}{P} \right] \cdot \frac{1}{6},$$

де l_s - довжина циліндрової частини ролика (рис. 2, г).

При обчисленні сумарного реактивного моменту L_c роликового підшипника (системи підшипників) слід скласти моменти, що створюються всіма роликами. При визначенні таких моментів необхідно користуватися співвідношеннями (10) і (11) залежно від умов контакту в k -й опорі. При цьому кут θ_k для кожного ролика визначається по перекосу кілець φ_x :

$$\theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k.$$

(12)

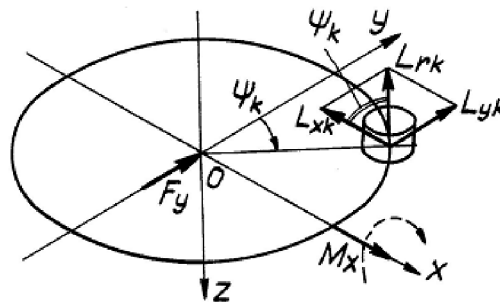


Рис. 3. Схема для визначення реактивних моментів роликів

Вирази для проєкцій реактивних моментів на вісь x (рис. 3) мають вигляд

$$\varphi_{rk} = \theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k; L_{rk} = \alpha_k \cdot \varphi_{rk} = \alpha_k \cdot \varphi_x \cdot \cos \psi_k; \\ L_{xk} = L_{rk} \cdot \cos \psi_k = \alpha_k \cdot \varphi_x \cdot \cos^2 \psi_k. \quad (13)$$

При перекосі в другій площині

$$\varphi_{rk} = \theta_k = \varphi_y \cdot \sin \psi_k; \\ L_{rk} = \alpha_k \cdot \varphi_{rk} = \alpha_k \cdot \varphi_y \cdot \sin \psi_k; \\ L_{yk} = L_{rk} \cdot \sin \psi_k = \alpha_k \cdot \varphi_y \cdot \sin^2 \psi_k.$$

Щодо осі обертання підшипника -- $L_{zk} = 0$.

При значних перекосах кілець реактивний момент створюють також

ролики, розташовані нижче осі x підшипника (рис.2, а). Кут перекосу, вище за який матиме місце "зворотне навантаження", визначається по формулі:

$$[\varphi_x] = \frac{2 \cdot (e + \delta_y)}{l},$$

де e - радіальний зазор, δ_y - радіальне переміщення внутрішнього кільця під дією сили F_y . При кутах $\varphi_x \geq [\varphi_x]$ довжина контакту ролика

$l_a = \frac{l}{2} - \frac{e + \delta_y}{\varphi_x}$, а величина максимальної контактної деформації рівна

$$\delta_{lk} = l_a \cdot \theta_k.$$

Ексцентриситет e_p , реакції P_k і моменти L_k визначаються по вищенаведених залежностях.

Для визначення коефіцієнтів жорсткості сферичного упорно-радіального роликового підшипника можна застосовувати залежності, приведені в [3],

$$n_k = \frac{4}{3};$$

$$c_{zk} = 14,2 \cdot 10^6 \cdot l_k^{\frac{2}{3}} \cdot \sin^{\frac{7}{3}} \beta_k;$$

$$c_k = c_{rk} = 14,2 \cdot 10^6 \cdot l_k^{\frac{2}{3}} \cdot \cos^{\frac{7}{3}} \beta_k.$$

Висновки: Визначені коефіцієнти жорсткості в контактні тіл кочення з кільцями в роликових підшипниках, необхідні при розрахунку багатоопорних вузлів, що включають підшипники цього типу. Одержані залежності дозволяють визначити жорсткісні характеристики лінійного контакту в роликових підшипниках кочення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Єлізаров С.П., Артемов В.А., Савченко О.Я. Розрахунок навантажень і деформацій в багатоопорних вузлах кочення // Аграрний вісник Причорномор'я. – 2007. №40. – С. 98-104.
2. Ковальов М.П., Народецький М.З. Розрахунок високоточних підшипників.-М.: Машинобудування.-1980.-373 с.
3. Bearing stiffness // Machine Design. – 1993. – No 6. – pp. 1465-147.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЛИКОВЫХ
ПОДШИПНИКОВ ПРИ РАСЧЕТЕ МНОГООПОРНЫХ УЗЛОВ
КАЧЕНИЯ**

С. П. Елизаров, С. В. Конев, В. А. Артемов.

Ключевые слова: подшипниковый узел, роликовый подшипник, линейный контакт, распределение нагрузок, жесткостная характеристика контакта.

Резюме

Определены коэффициенты жесткости в контакте тел качения с кольцами в роликовых подшипниках, необходимые при расчете многоопорных узлов, включающих подшипники этого типа.

**DETERMINATION OF STIFFNESS CHARACTERISTICS OF ROLLER
BEARINGS WHEN CALCULATING MULTISUPPORT ROLLING
ELEMENT BEARINGS**

S.P. Yelizarov, S.V. Konev, V.A. Artemov

Key words: bearing arrangement, roller bearing, linear contact, load distribution, contact stiffness characteristics.

Summary

Coefficients of stiffness are determined for contacts of rolling elements with rings in roller bearings, needed when calculating multisupport bearing arrangements.